EQUAZIONI ALGEBRICHE DI QUARTO GRADO

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

1. Risolvere l'equazione

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

È un'equazione algebrica di quarto grado incompleta (biquadratica completa: $b = d = 0$).

Ponendo $x^2 = t$ si ha $x^4 = t^2$, quindi, andando a sostituire nell'equazione data ha senso scrivere

$$t^2 - 10t + 9 = 0$$

e scomponendo il trinomio notevole nella variabile ausiliare t si ottiene

$$(t-1)(t-9) = 0$$

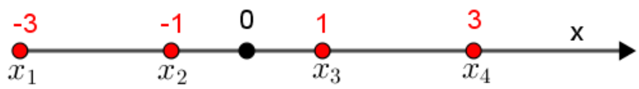
Pertanto, per la legge di annullamento del prodotto si ha

primo fattore: $t - 1 = 0 \rightarrow t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

secondo fattore: $t - 9 = 0 \rightarrow t = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

Quindi, l'equazione data ammette quattro soluzioni reali e distinte (a due a due opposte).

Rappresentazione unidimensionale delle soluzioni reali:



2. Risolvere l'equazione

$$x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

È un'equazione algebrica di quarto grado incompleta (biquadratica completa: $b = d = 0$).

Ponendo $x^2 = t$ si ha $x^4 = t^2$, quindi, andando a sostituire nell'equazione data ha senso scrivere

$$t^2 + 3t - 4 = 0$$

e scomponendo il trinomio notevole nella variabile ausiliare t si ottiene

$$(t - 1)(t + 4) = 0$$

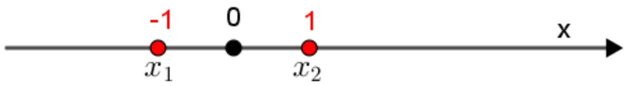
Pertanto, per la legge di annullamento del prodotto si ha

primo fattore: $t - 1 = 0 \rightarrow t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

secondo fattore: $t + 4 = 0 \rightarrow t = -4 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}\ (z = \pm 2i)$

Quindi, l'equazione data ammette due soluzioni reali e opposte (e due soluzioni opposte immaginarie).

Rappresentazione unidimensionale delle soluzioni reali:



3. Risolvere l'equazione

$$x^4 + 8x^2 + 7 = 0$$

È un'equazione algebrica di quarto grado incompleta (biquadratica completa: $b = d = 0$).

Ponendo $x^2 = t$ si ha $x^4 = t^2$, quindi, andando a sostituire nell'equazione data ha senso scrivere

$$t^2 + 8t + 7 = 0$$

e scomponendo il trinomio notevole nella variabile ausiliare t si ottiene

$$(t + 1)(t + 7) = 0$$

Pertanto, per la legge di annullamento del prodotto si ha

primo fattore: $t + 1 = 0 \rightarrow t = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}\ (z = \pm i)$

secondo fattore: $t + 7 = 0 \rightarrow t = -7 \rightarrow x^2 = -7 \rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}\ (z = \pm\sqrt{7}i)$

Quindi, l'equazione data non ammette soluzioni reali (quattro soluzioni nel campo di Gauss).