A) Data la funzione

$$y = \frac{3x - 6}{x + 1}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $xy - 3x + y + 6 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\,-1[\cup]-1\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{3x-6}{x+1}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-3x-6}{-x+1} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A\left(3\,;\frac{3}{4}\right)$ e $B\left(-3\,;\frac{15}{2}\right)$ sono punti del grafico non simmetrici.

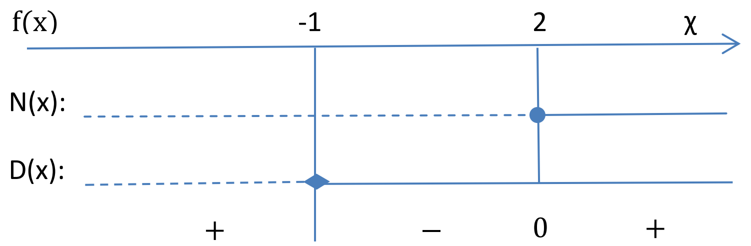
Studio del segno: si pone

$$\frac{3x - 6}{x + 1} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

$N(x)$: $3x - 6 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$
$D(x)$: $x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

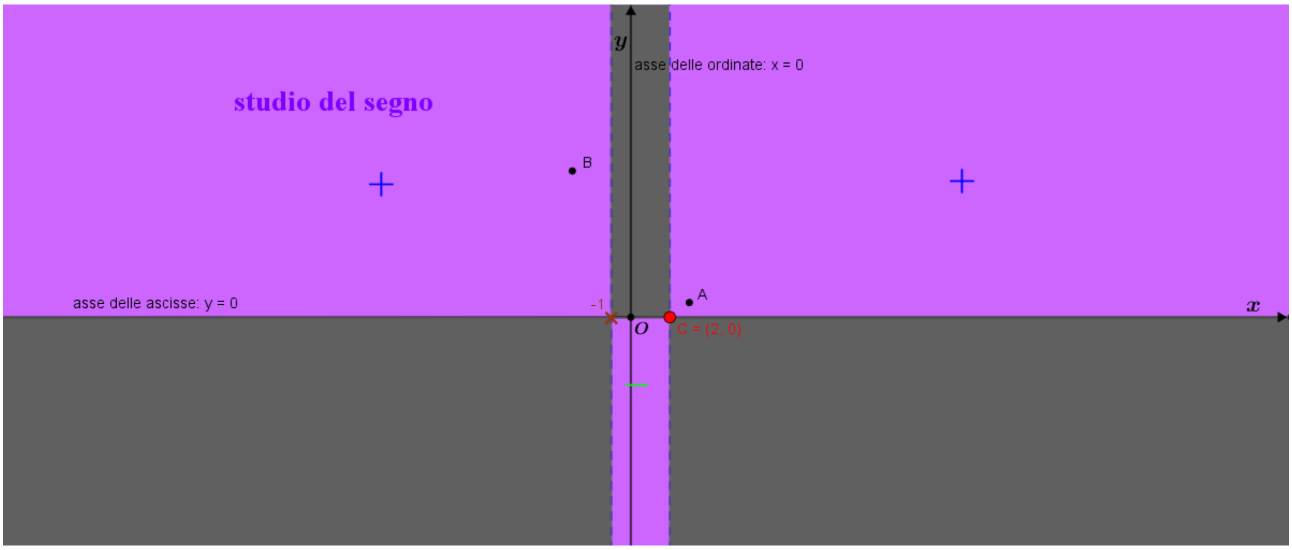
Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



Prof. Mauro La Barbera

la funzione è positiva negli intervalli $]-\infty\,;-1[$ e $]2\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-1\,;2[$ la funzione è negativa, risulta essere nulla per $x = 2$, infine è asintotica verticalmente per $x = -1$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(2\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-6)$.

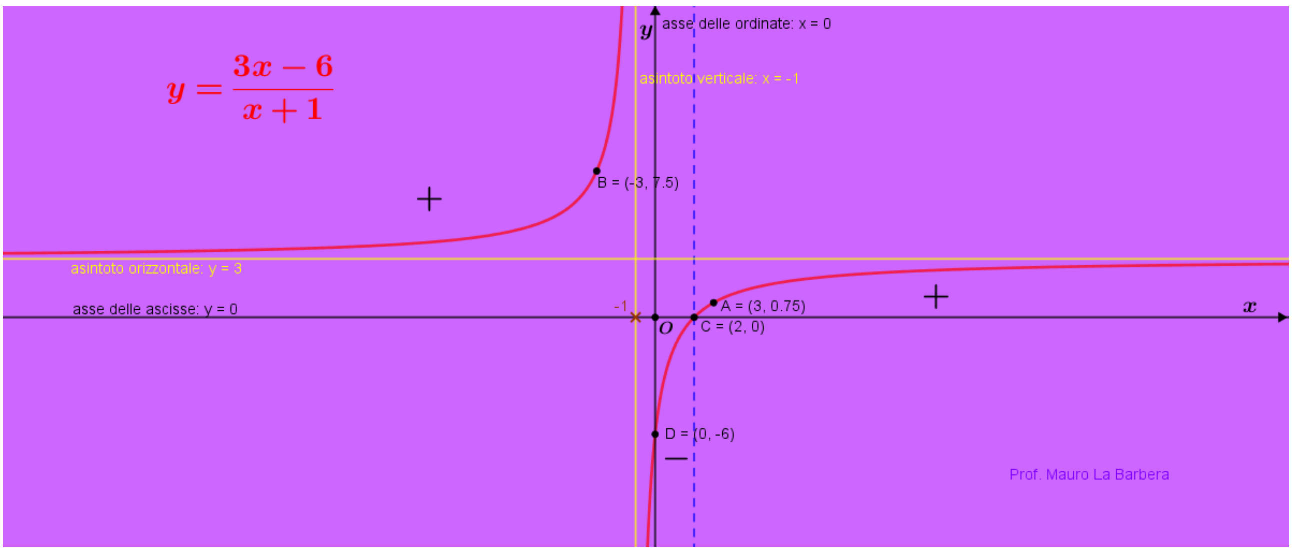
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow x = -1$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = 3$$

Grafico:



B) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{x + 6}{2x - 6}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $2xy - x - 6y - 6 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{3\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\ 3[\cup]3\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{x+6}{2x-6}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-x+6}{-2x-6} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A\left(1\,;-\frac{7}{4}\right)\ e\ B\left(-1\,;-\frac{5}{8}\right)$ sono punti del grafico non simmetrici.

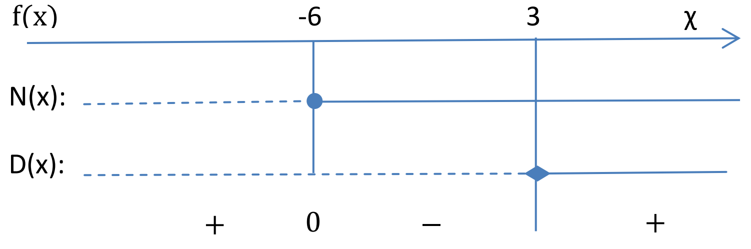
Studio del segno: si pone

$$\frac{x + 6}{2x - 6} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

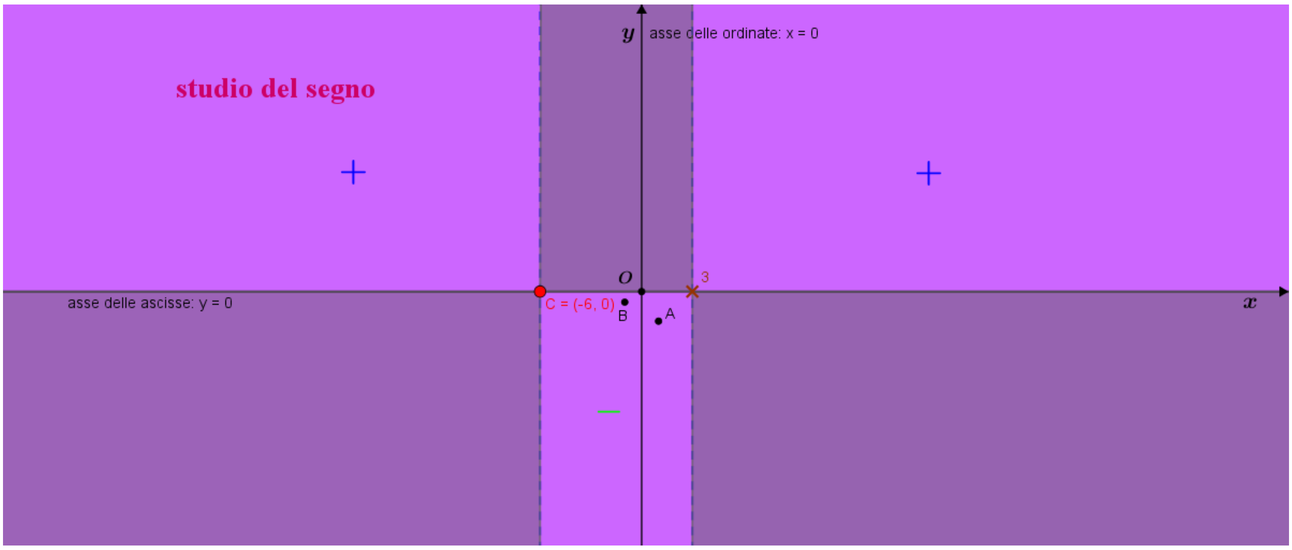
$$N(x):\ x + 6 \geq 0 \rightarrow x \geq -6$$
$$D(x):\ \ 2x - 6 > 0 \rightarrow x > 3$$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è positiva negli intervalli $]-\infty\,;-6[\ e\ ]3\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-6\,;3[$ la funzione è negativa, risulta essere nulla per $x = -6$, infine è asintotica verticalmente per $x = 3$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(-6\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-1)$.

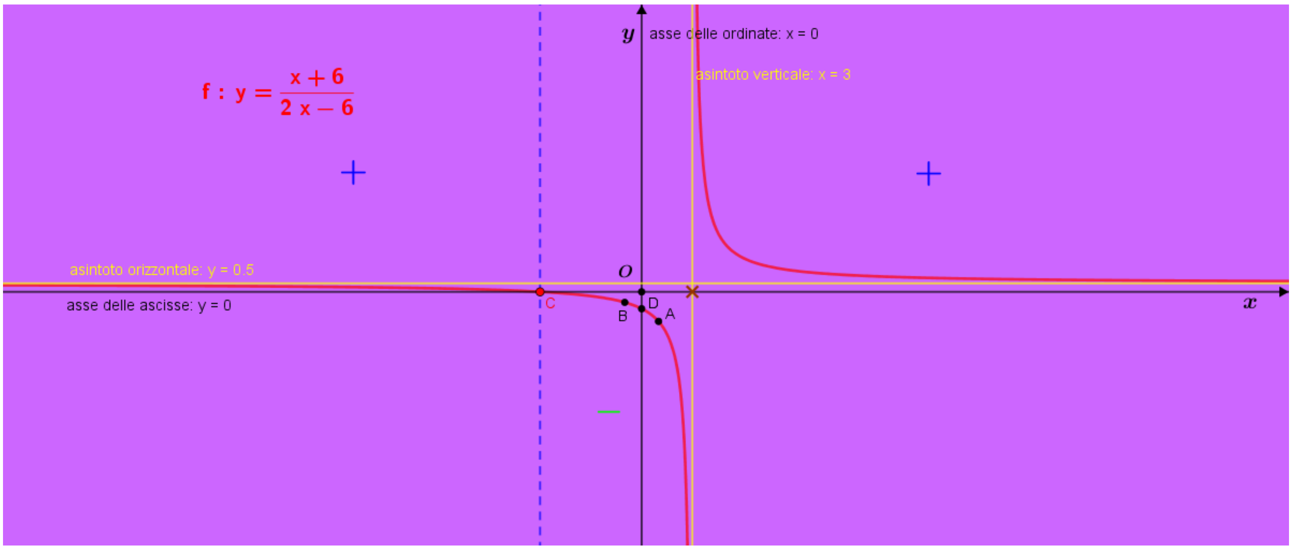
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \to x = 3$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \to y = \frac{1}{2}$$

Grafico:



C) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{4x - 12}{x - 2}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $xy - 4x - 2y + 12 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\ 2[\cup]2\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{4x-12}{x-2}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-4x-12}{-x-2} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A(1\,;8)$ e $B\left(-1\,;\frac{16}{3}\right)$ sono punti del grafico non simmetrici.

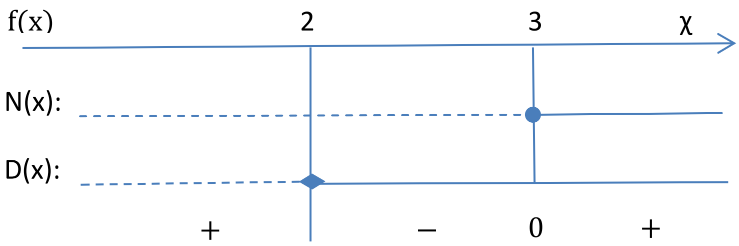
Studio del segno: si pone

$$\frac{4x - 12}{x - 2} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

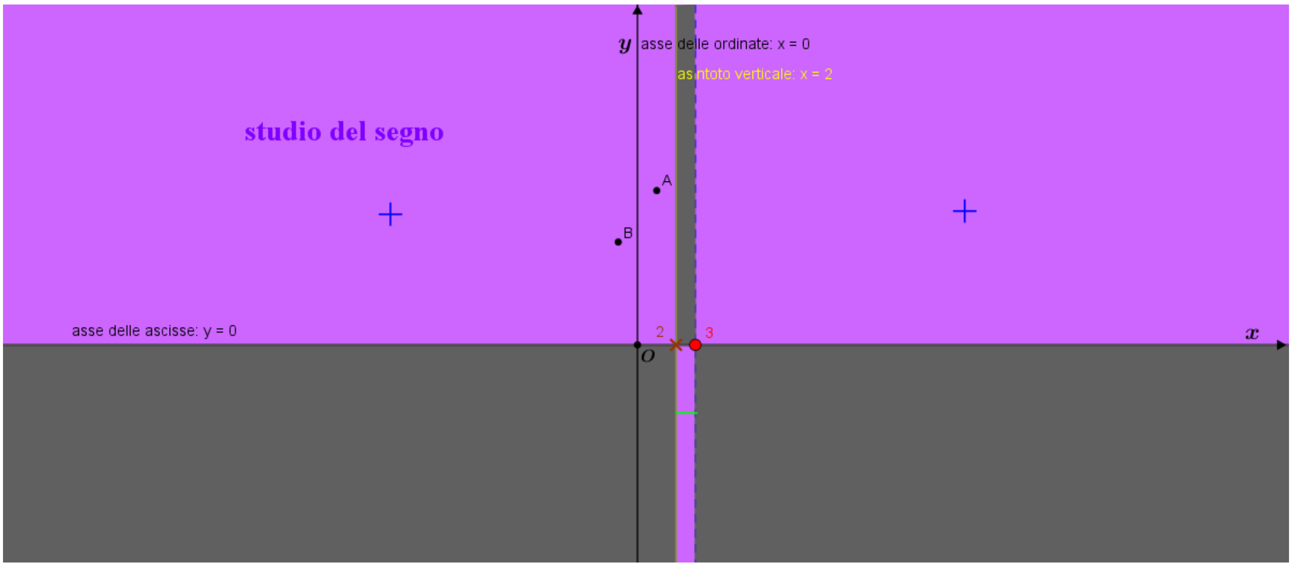
$N(x)$: $4x - 12 \geq 0 \rightarrow x \geq 3$
$D(x)$: $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è positiva negli intervalli $]-\infty\,;2[$ e $]3\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]2\,;3[$ la funzione è negativa, risulta essere nulla per $x = 3$, infine è asintotica verticalmente per $x = 2$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(3\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;6)$.

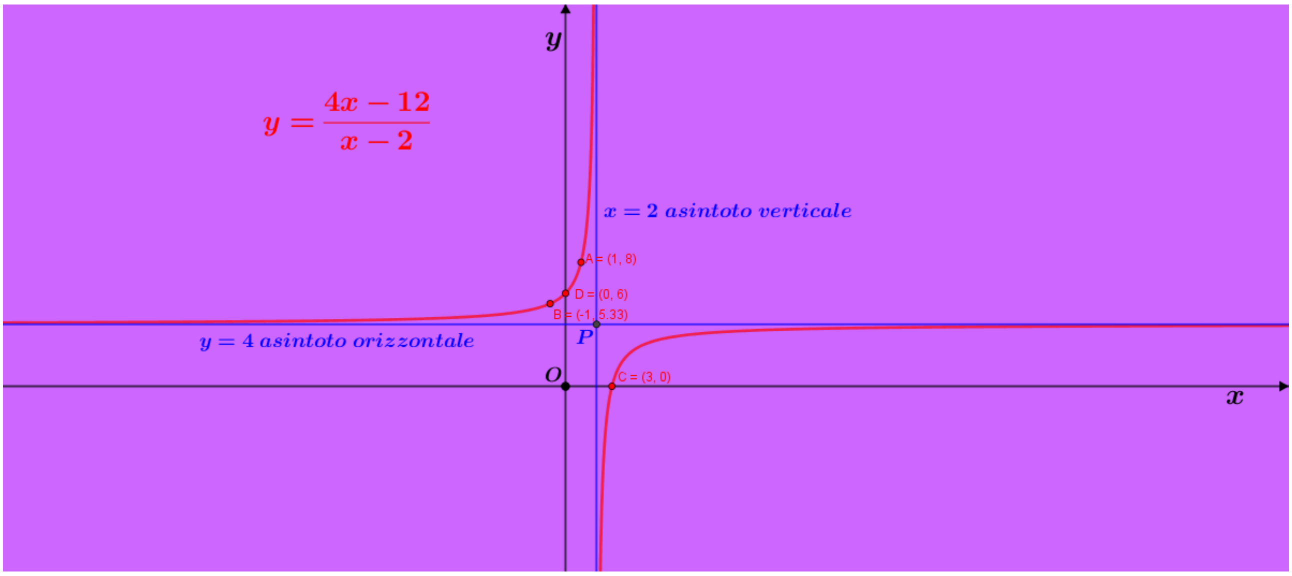
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \to x = 2$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \to y = 4$$

Grafico:



D) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{4x - 8}{-x + 1}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $-xy - 4x + y + 8 = 0 \;\rightarrow xy + 4x - y - 8 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\; 1[\cup]1\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{4x-8}{-x+1}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-4x-8}{x+1} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A(3;-2)\; e\; B(-3\,;-5)$ sono punti del grafico non simmetrici.

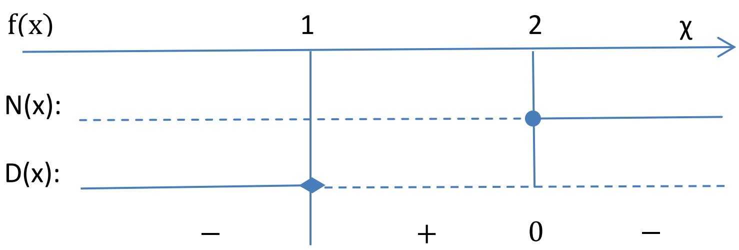
Studio del segno: si pone

$$\frac{4x - 8}{-x + 1} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

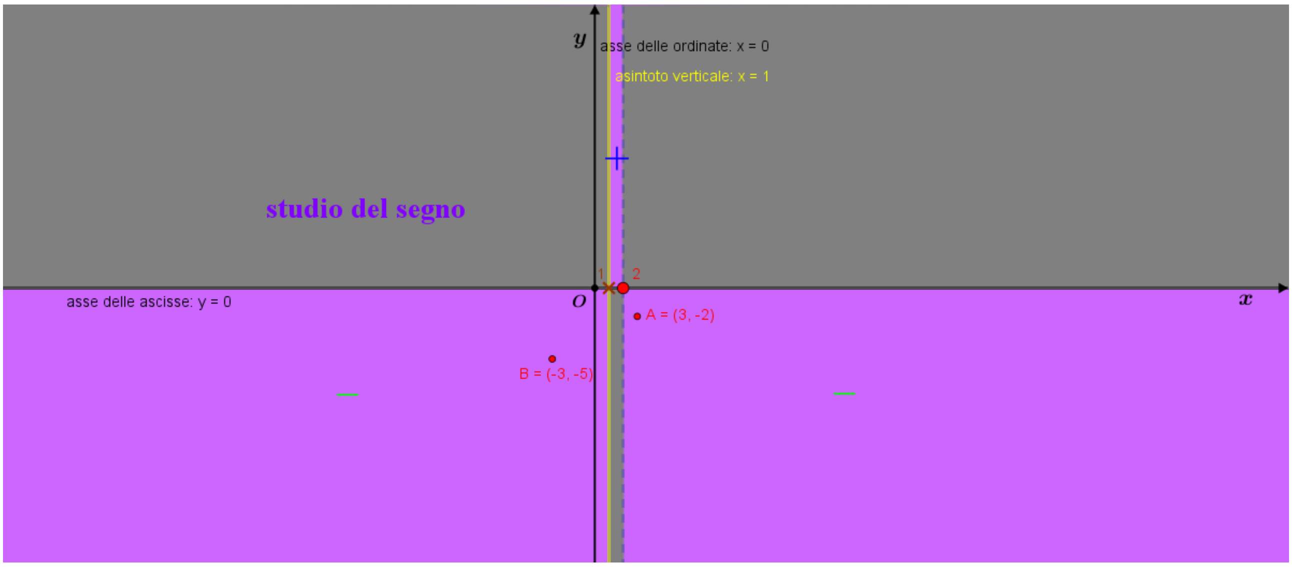
$N(x)\colon \quad 4x - 8 \geq 0 \rightarrow 4x \geq 8 \rightarrow x \geq 2$
$D(x)\colon -x + 1 > 0 \rightarrow -x > -1 \rightarrow x < 1$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è negativa negli intervalli $]-\infty\,;1[\;\; e\;\;]2\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]1\,;2[$ la funzione è positiva, risulta essere nulla per $x = 2$, infine è asintotica verticalmente per $x = 1$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(2\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-8)$.

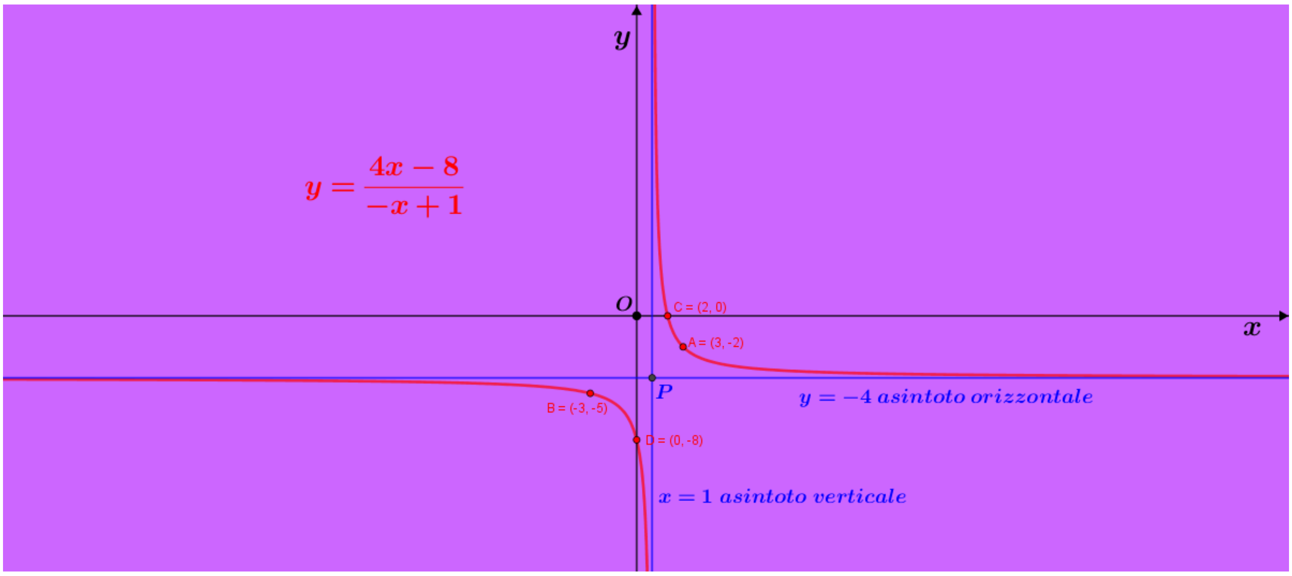
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow x = 1$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = -4$$

Grafico:



E) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{-5x + 15}{2x + 4}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $2xy + 5x + 4y - 15 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\ -2[\cup]-2\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{-5x+15}{2x+4}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{5x+15}{-2x+4} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A\left(1\,;\frac{5}{3}\right)$ e $B(-1\,;10)$ sono punti del grafico non simmetrici.

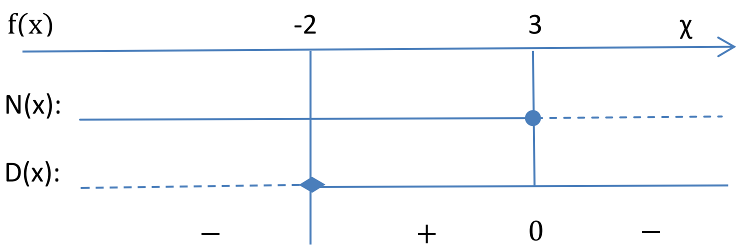
Studio del segno: si pone

$$\frac{-5x + 15}{2x + 4} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

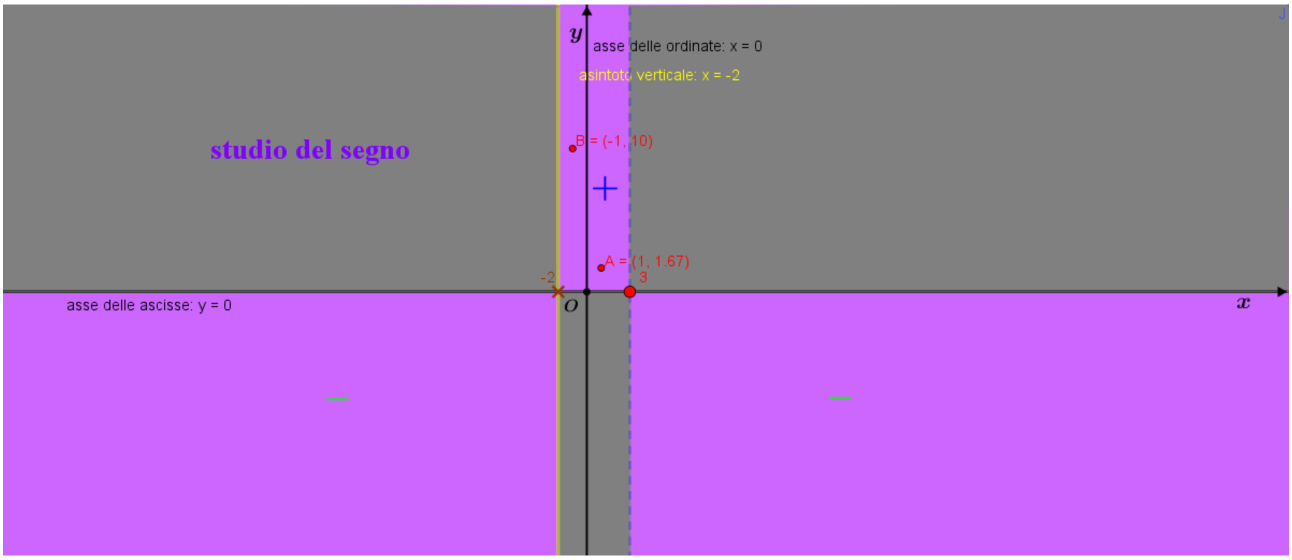
$N(x):\ -5x + 15 \geq 0 \rightarrow -5x \geq -15 \rightarrow x \leq 3$
$D(x):\ 2x + 4 > 0 \rightarrow 2x > -4 \rightarrow x > -2$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è negativa negli intervalli $]-\infty\,;-2[\ e\ ]3\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-2\,;3[$ la funzione è positiva, risulta essere nulla per $x = 3$, infine è asintotica verticalmente per $x = -2$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(3\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;\frac{15}{4})$.

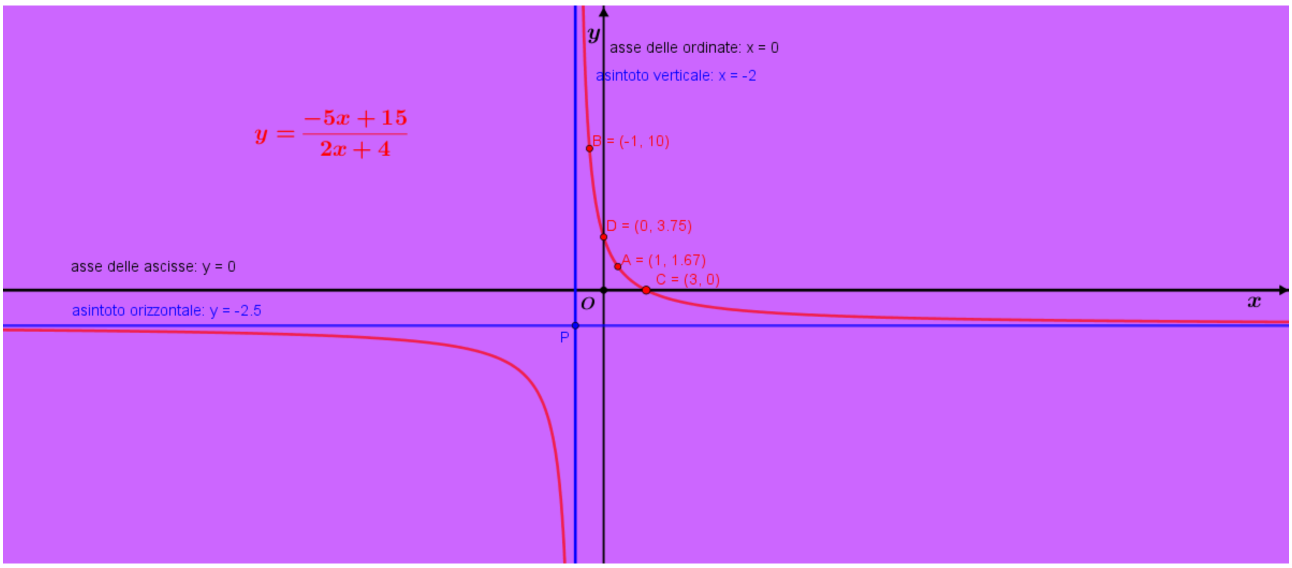
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow x = -2$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = -\frac{5}{2}$$

Grafico:



F) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{2x - 10}{x + 5}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $xy - 2x + 5y + 10 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{-5\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\,-5[\cup]-5\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{2x-10}{x+5}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-2x-10}{-x+5} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A\left(1\,;-\frac{4}{3}\right)$ e $B(-1\,;-3)$ sono punti del grafico non simmetrici.

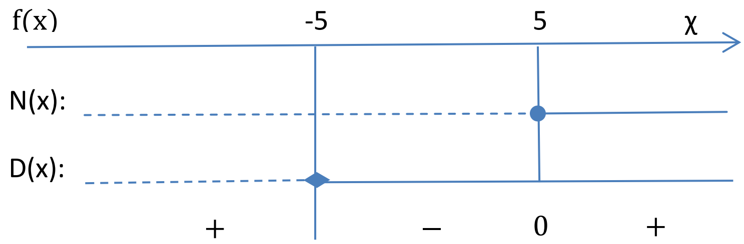
Studio del segno: si pone

$$\frac{2x - 10}{x + 5} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

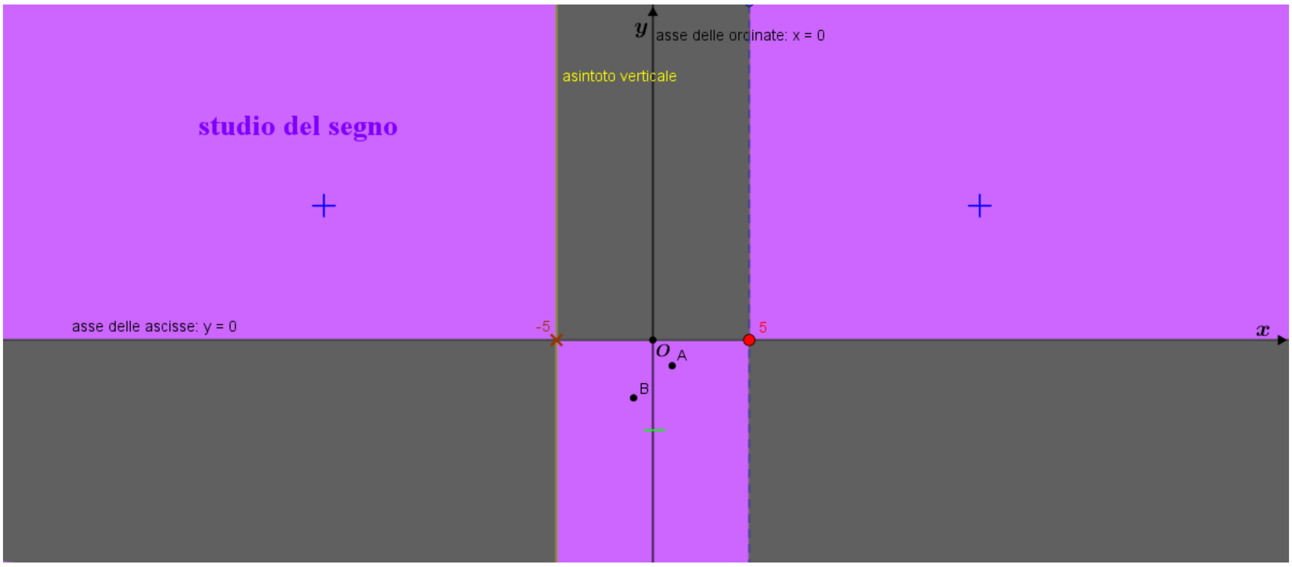
$N(x)$: $2x - 10 \geq 0 \rightarrow x \geq 5$
$D(x)$: $x + 5 > 0 \rightarrow x > -5$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è positiva negli intervalli $]-\infty\,;-5[$ e $]5\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-5\,;5[$ la funzione è negativa, risulta essere nulla per $x = 5$, infine è asintotica verticalmente per $x = -5$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(5\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-2)$.

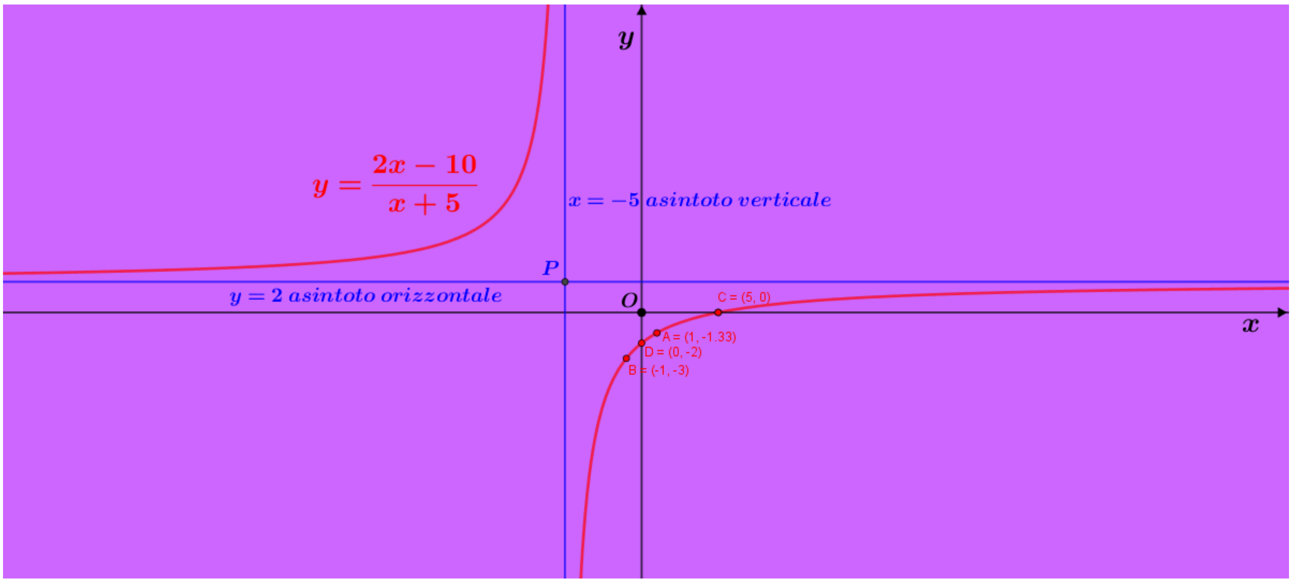
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow x = -5$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = 2$$

Grafico:



G) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{3x+9}{x-1}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $xy - 3x - y - 9 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax+b}{cx+d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\ 1[\cup]1\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{3x+9}{x-1}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-3x+9}{-x-1} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A(2\,;15)\ e\ B(-2\,;-1)$ sono punti del grafico non simmetrici.

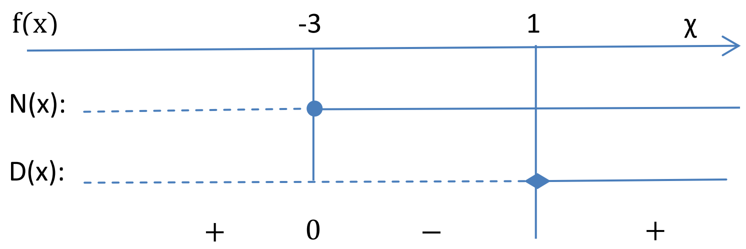
Studio del segno: si pone

$$\frac{3x+9}{x-1} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

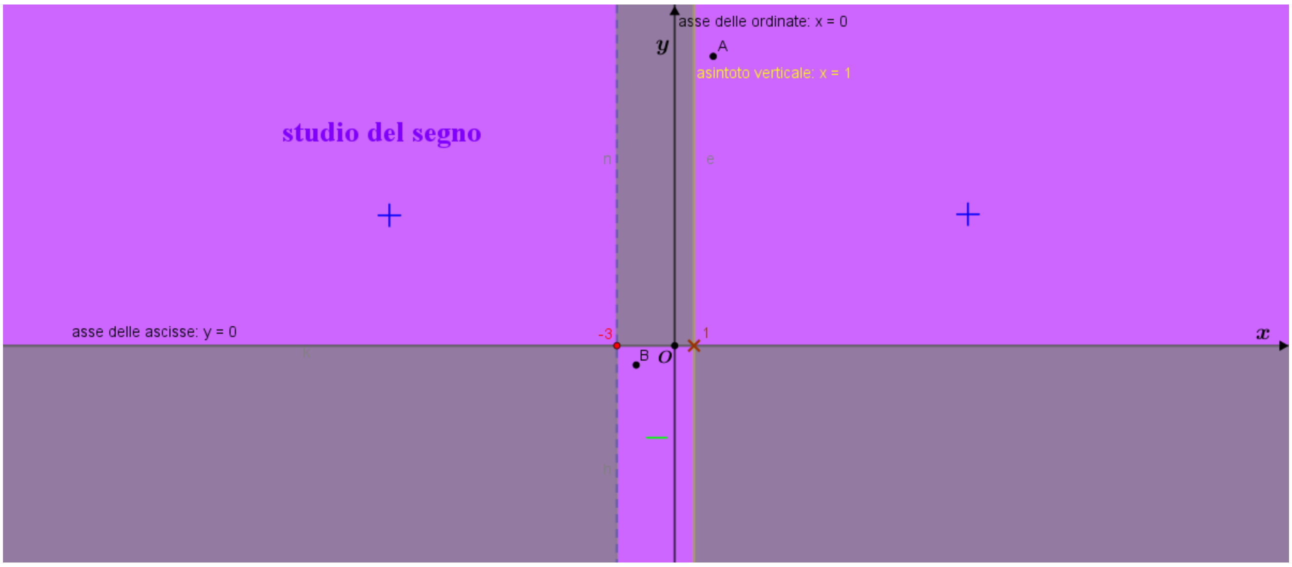
$N(x)$: $3x + 9 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$
$D(x)$: $\quad x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è positiva negli intervalli $]-\infty\,;-3[\ e\ ]1\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-3\,;1[$ la funzione è negativa, risulta essere nulla per $x = -3$, infine è asintotica verticalmente per $x = 1$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(-3\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-9)$.

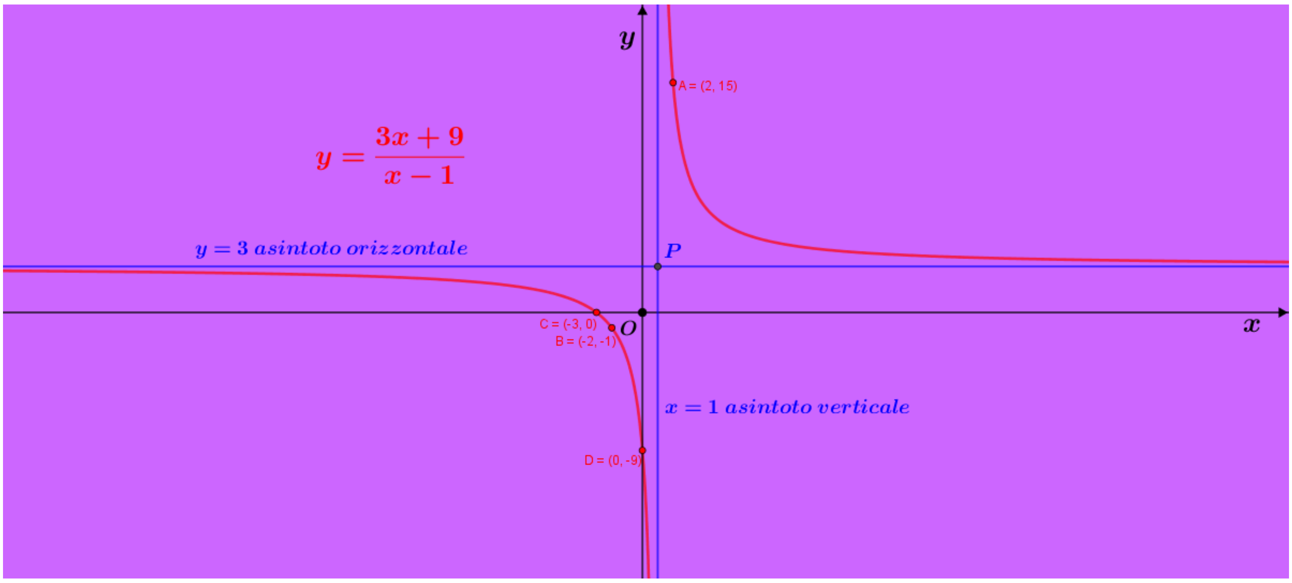
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow x = 1$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = 3$$

Grafico:



H) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{7x+7}{-x+2}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $-xy - 7x + 2y - 7 = 0 \ \rightarrow xy + 7x - 2y + 7 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax+b}{cx+d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,; 2[\cup]2; +\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{7x+7}{-x+2}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{-7x+7}{x+2} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A(3; -28)\ e\ B\left(-3\,; -\frac{14}{5}\right)$ sono punti del grafico non simmetrici.

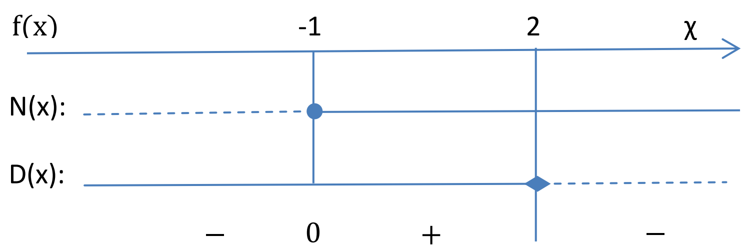
Studio del segno: si pone

$$\frac{7x+7}{-x+2} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

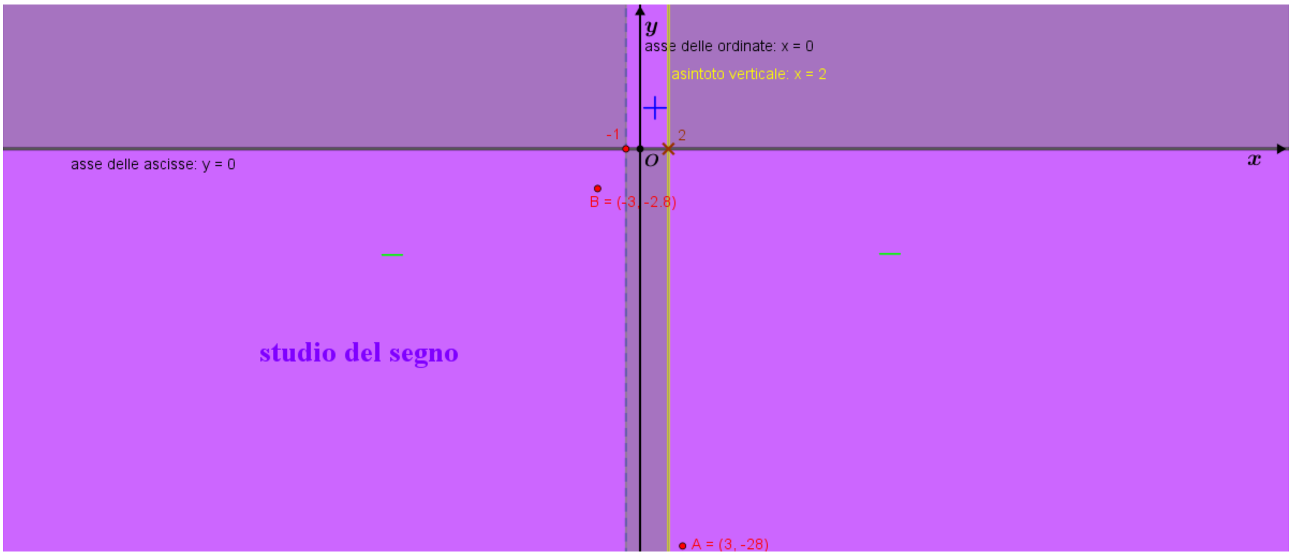
$N(x)$: $\quad 7x + 7 \geq 0 \rightarrow 7x \geq -7 \rightarrow x \geq -1$
$D(x)$: $\quad -x + 2 > 0 \rightarrow -x > -2 \rightarrow x < 2$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è negativa negli intervalli $]-\infty\,; -1[\ e\ ]2\,; +\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $]-1\,; 2[$ la funzione è positiva, risulta essere nulla per $x = -1$, infine è asintotica verticalmente per $x = 2$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:



Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C(-1\,;0)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D\left(0\,;\frac{7}{2}\right)$.

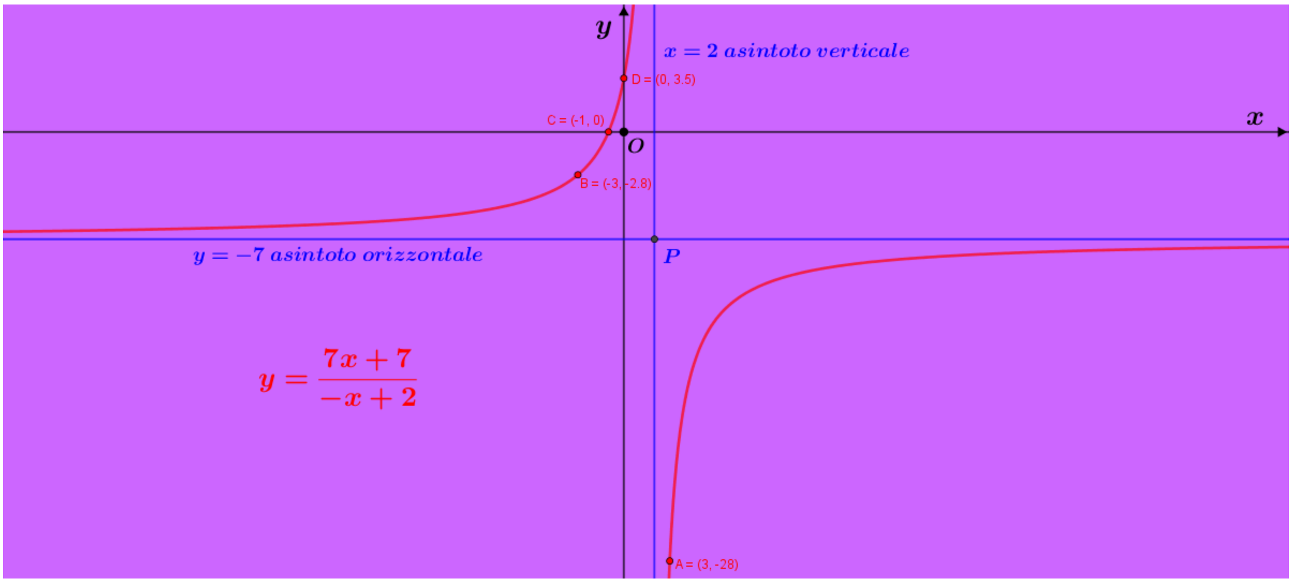
Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula

$$x = -\frac{d}{c} \rightarrow \; x = 2$$

invece per l'asintoto orizzontale si ha

$$y = \frac{a}{c} \rightarrow y = -7$$

Grafico:



I) Data la funzione

$$\boldsymbol{y = \frac{-4x + 1}{2x - 4}}$$

stabilire:

1) **Classificazione**
2) **Dominio**
3) **Simmetrie**
4) **Studio del segno**
5) **Intersezioni con gli assi cartesiani**
6) **Asintoti**
7) **Grafico**

Classificazione: funzione algebrica razionale fratta di secondo grado (omografica), scritta in forma esplicita, mentre la sua forma implicita è $2xy + 4x - 4y - 1 = 0$. Si osserva che la forma canonica della funzione omografica è

$$\boldsymbol{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$$

Dominio: funzione definita su tutto l'asse reale ad eccezione del valore che annulla il denominatore, ossia $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$ (simbologia insiemistica), oppure $]-\infty\,;\ 2[\cup]2\,;+\infty[$ (simbologia topologica).

Simmetrie: si pone $f(x) = \frac{-4x+1}{2x-4}$ e si calcola $f(-x)$, cioè sostituendo al posto di x il suo opposto, si ha $f(-x) = \frac{4x+1}{-2x-4} \neq \pm f(x)$, quindi la funzione non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari). Se nell'equazione della funzione si sostituiscono, ad esempio, due valori opposti della variabile x, si hanno due immagini distinte e non opposte, infatti $A\left(1\,;\frac{3}{2}\right)\ e\ B\left(-1\,;-\frac{5}{6}\right)$ sono punti del grafico non simmetrici.

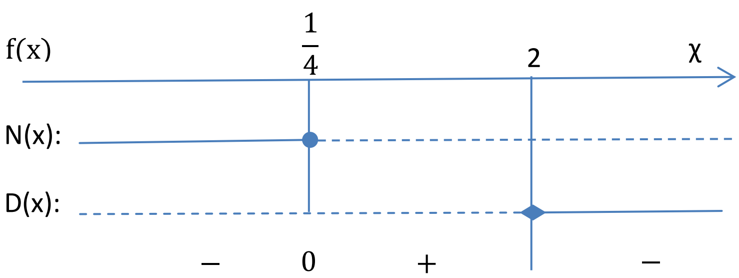
Studio del segno: si pone

$$\frac{-4x + 1}{2x - 4} \geq 0$$

e si studia il segno sia del numeratore che del denominatore

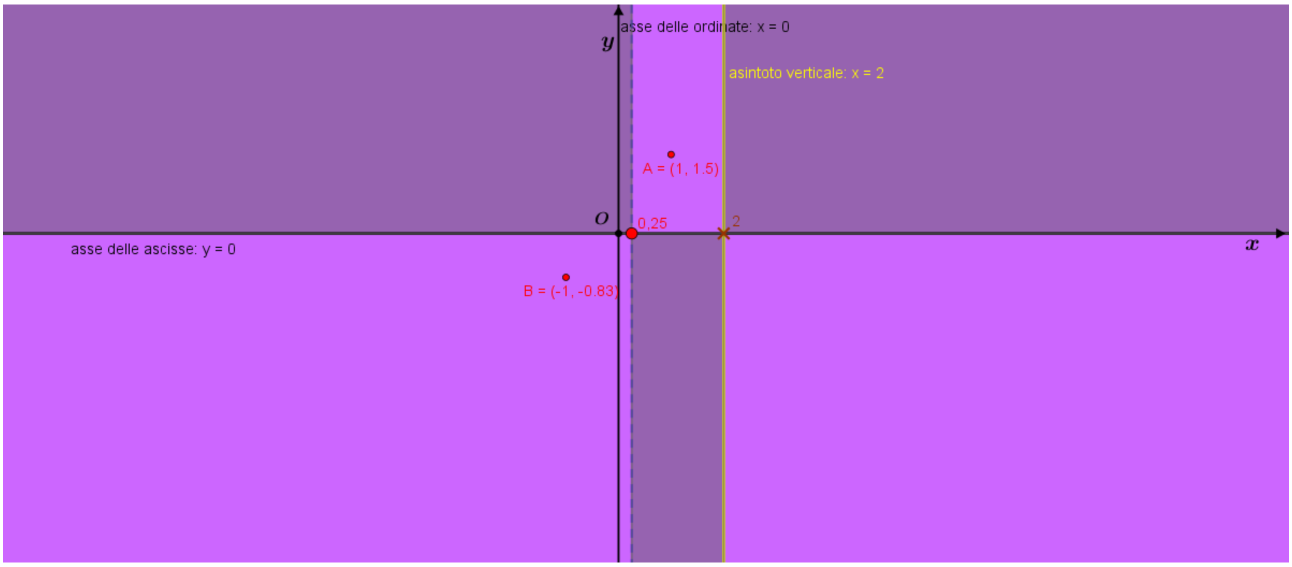
$$N(x):\ -4x + 1 \geq 0 \rightarrow -4x \geq -1 \rightarrow x \leq \frac{1}{4}$$
$$D(x):\ 2x - 4 > 0 \rightarrow 2x > 4 \rightarrow x > 2$$

Costruendo la rappresentazione unidimensionale delle soluzioni della disequazione si ottiene:



la funzione è negativa negli intervalli aperti $\left]-\infty\,;\frac{1}{4}\right[$ e $]2\,;+\infty[$, mentre nell'intervallo aperto $\left]\frac{1}{4}\,;2\right[$ la funzione è positiva, risulta essere nulla per $x=\frac{1}{4}$, infine è asintotica verticalmente per $x=2$.

Pertanto, si ottiene la seguente rappresentazione bidimensionale dello studio del segno:

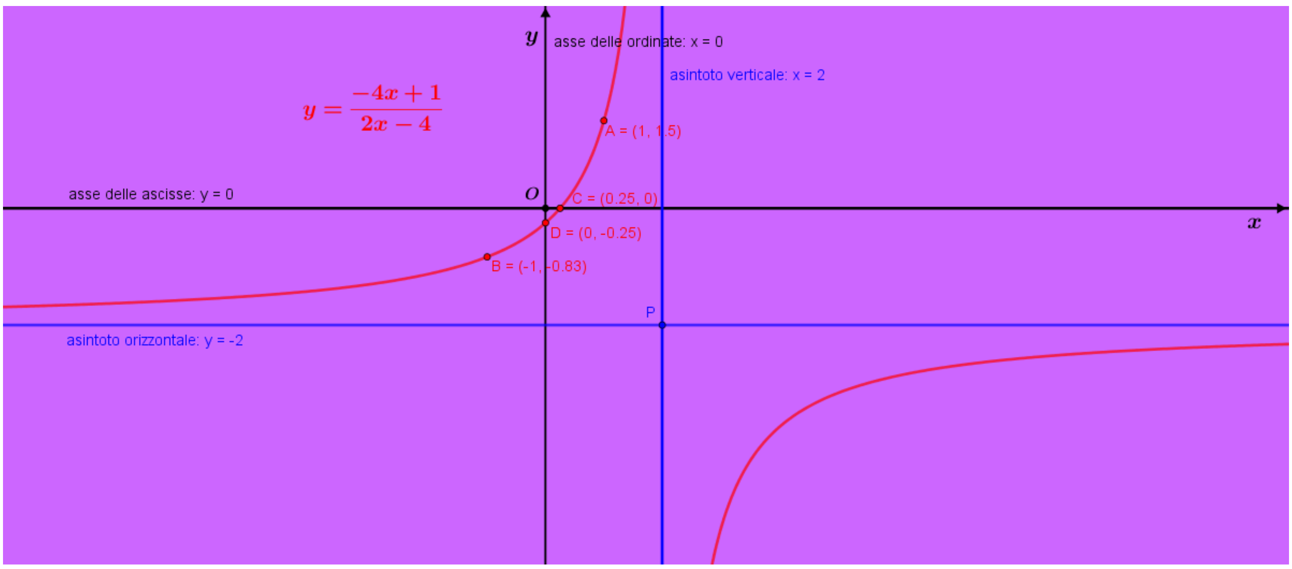


Intersezioni con gli assi cartesiani: mettendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ascisse si ha che la funzione interseca l'asse x nel punto $C\left(\frac{1}{4}\,;0\right)$, mentre ponendo a sistema l'equazione della funzione con l'equazione dell'asse delle ordinate si ottiene che il grafico interseca l'asse y nel punto $D(0\,;-\frac{1}{4})$.

Asintoti: la curva presenta un asintoto verticale ed uno orizzontale, per determinare l'asintoto verticale si può utilizzare la formula $x=-\frac{d}{c}\rightarrow x=2$

invece per l'asintoto orizzontale si ha $y=\frac{a}{c}\rightarrow y=-2$

Grafico:



[TORNA SU]