

AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

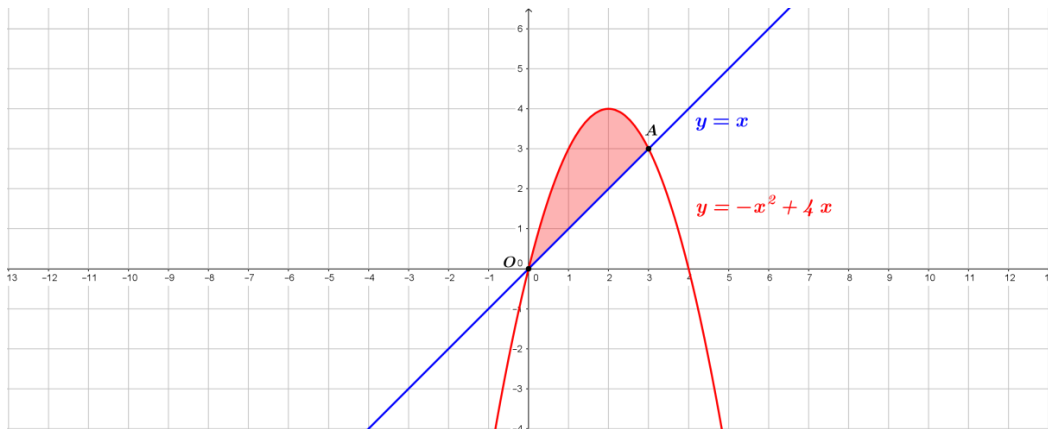
Esercizio svolto n°1

Calcolare l'area della regione di piano limitata dalla curva di equazione $y = -x^2 + 4x$ e dalla retta di equazione $y = x$.

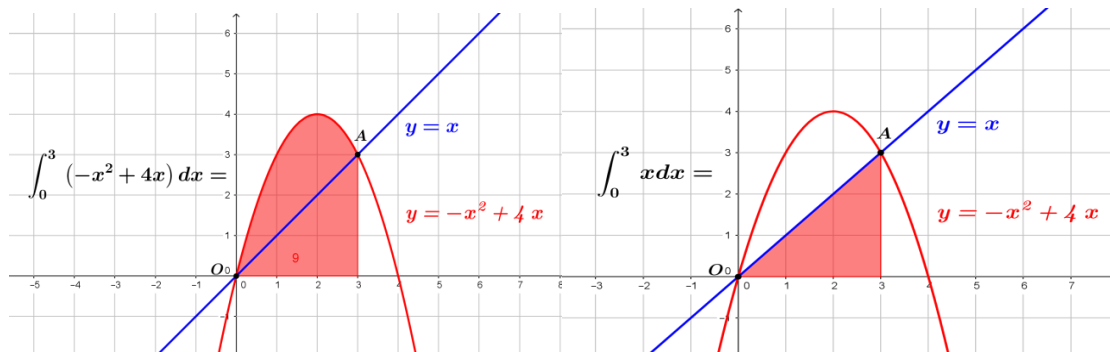
Poste a sistema le due equazioni si calcolano i punti d'intersezione

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = x \end{cases} \rightarrow -x^2 + 4x = x \rightarrow x^2 - 3x = 0 \begin{cases} \nearrow x = 0 \\ \searrow x = 3 \end{cases}$$

Pertanto i punti d'intersezione sono: $O(0;0)$ e $A(3;3)$.



L'area della regione limitata che si vuole determinare è uguale alla differenza di due aree:



Calcolando gli integrali definiti si ha

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \int_0^3 (-x^2 + 4x) dx - \int_0^3 x dx = \int_0^3 (-x^2 + 4x - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} \right]_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = \frac{9}{2} \text{ u}^2 \end{aligned}$$