AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

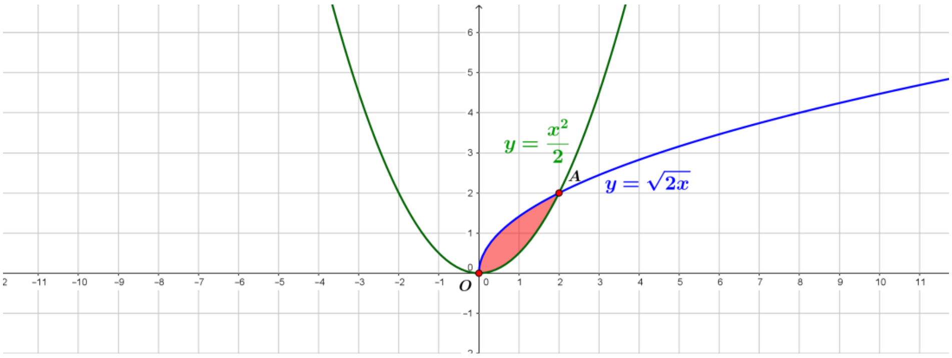
Esercizio svolto n°2

Calcolare l'area della regione di piano limitata dalle curve di equazioni $y=\frac{x^2}{2}$ e $y=\sqrt{2x}$.

Poste a sistema le due equazioni si calcolano i punti d'intersezione

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^2}{2} \\ y=\sqrt{2x} \end{cases} \rightarrow x^4-8x=0 \rightarrow x(x^3-8)=0 \begin{matrix} \nearrow x=0 \\ \searrow x=2 \end{matrix}$$

Pertanto i punti d'intersezione sono: $O(0;0)$ *e* $A(2;2)$.



L'area della regione limita che si vuole determinare è uguale alla differenza di due aree.

Calcolando gli integrali definiti si ha

$$Area=\int_0^2 \sqrt{2x}dx-\int_0^2 \frac{x^2}{2}dx=\int_0^2 \frac{\sqrt{2x}d(2x)}{2}-\int_0^2 \frac{x^2}{2}dx=$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^2 \sqrt{2x}d(2x)-\frac{1}{2}\int_0^2 x^2dx=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{2x\sqrt{2x}}{\frac{3}{2}}\right]_0^2-\frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2=\frac{1}{2}\left[\frac{4x\sqrt{2x}}{3}\right]_0^2-\frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2=$$

$$=\frac{2}{3}\left[x\sqrt{2x}\right]_0^2-\frac{1}{6}\left[x^3\right]_0^2=\frac{2}{3}\times 4-\frac{1}{6}\times 8=\frac{8}{3}-\frac{4}{3}=\frac{4}{3}\ u^2$$

Prof. Mauro La Barbera