

AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

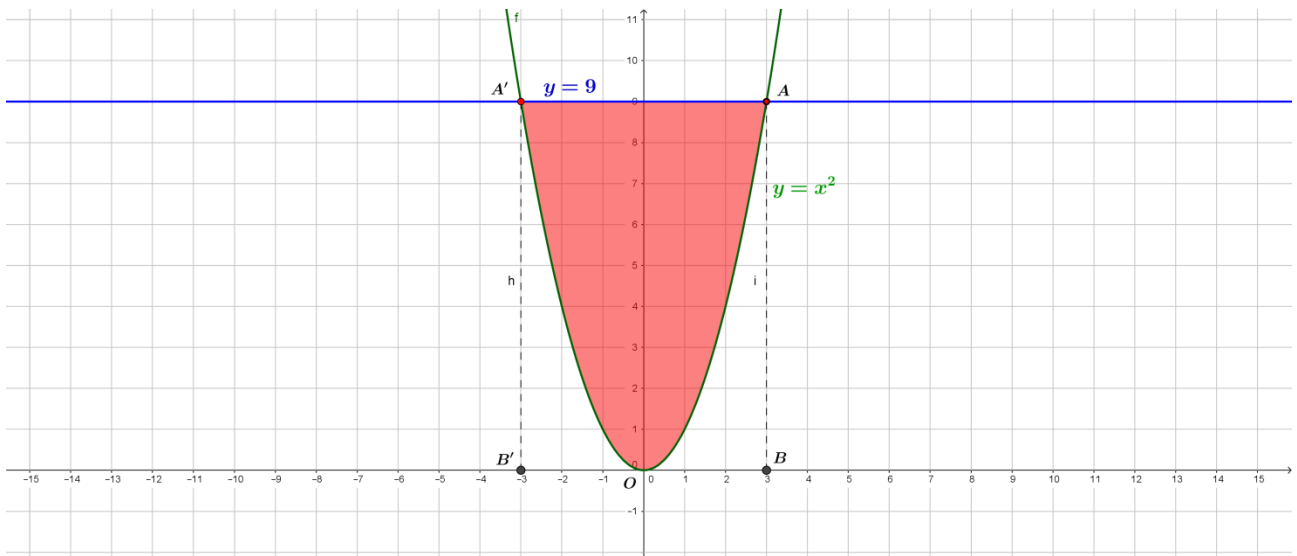
Esercizio svolto n°3

Calcolare l'area della regione di piano limitata dalle curve di equazioni $y = x^2$ e $y = 9$.

Poste a sistema le due equazioni si calcolano i punti d'intersezione

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 9 \end{cases} \rightarrow x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \begin{matrix} \nearrow x = -3 \\ \searrow x = +3 \end{matrix}$$

Pertanto i punti d'intersezione sono: $A'(-3; 9)$ e $A(3; 9)$.



L'area della regione limitata (**segmento parabolico**) che si vuole determinare è uguale alla differenza di due aree:

$$\text{Area} = \text{area rettangolo } A'B'BA - \int_{-3}^3 x^2 dx$$

Ossia

$$\text{Area} = \text{area rettangolo } A'B'BA - 2 \int_0^3 x^2 dx$$

Calcolando l'integrale definito si ha

$$\text{Area} = 54 - 2 \int_0^3 x^2 dx = 54 - 2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^3 = 54 - 2 \times 9 = 54 - 18 = 36 \text{ u}^2$$

Osservazioni

L'area del segmento parabolico è i due terzi dell'area del rettangolo $A'B'BA$.

(Teorema di Archimede)

Prof. Mauro La Barbera