

AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

Esercizio svolto n°4

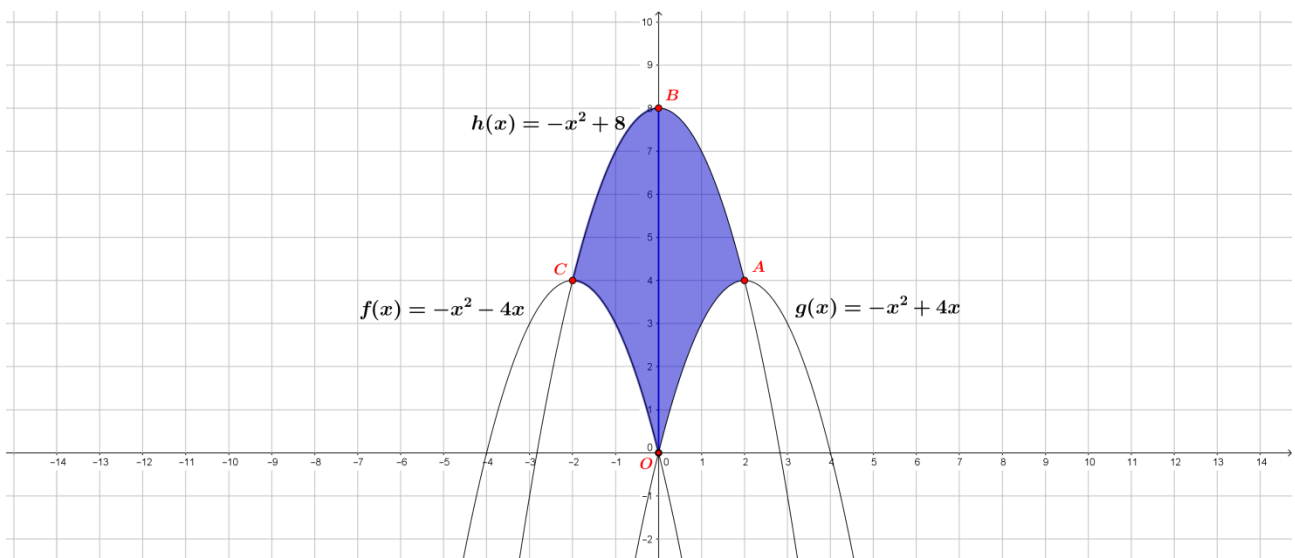
Calcolare l'area della regione di piano limitata dalle curve di equazioni $f(x) = -x^2 - 4x$, $g(x) = -x^2 + 4x$ e $h(x) = -x^2 + 8$.

Poste a sistema le equazioni di $g(x)$ e $h(x)$ si trova $A(2; 4)$, vertice della parabola $g(x)$.

Poste a sistema le equazioni di $f(x)$ e $h(x)$ si trova $C(-2; 4)$, vertice della parabola $f(x)$.

Poste a sistema le equazioni di $f(x)$ e $g(x)$ si trova $O(0; 0)$, origine degli assi cartesiani.

Dopo aver determinato le coordinate del punto $B(0; 4)$, vertice della parabola $h(x)$, l'area della regione limitata dalle tre curve $ABCO$ è il doppio dell'area della regione ABO .



$$Area = 2 \int_0^2 (-x^2 + 8) dx - 2 \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx$$

Ossia

$$Area = 2 \left\{ \int_0^2 (-x^2 + 8) dx - \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx \right\}$$

Cioè

$$Area = 2 \left\{ \int_0^2 (-x^2 + x^2 - 4x + 8) dx \right\} = 2 \int_0^2 (-4x + 8) dx =$$

Calcolando l'integrale definito si ha

$$Area = 2 \left[-4 \frac{x^2}{2} + 8x \right]_0^2 = 2(-2 \times 4 + 8 \times 2) = 2(-8 + 16) = 2 \times 8 = 16 u^2$$

Prof. Mauro La Barbera