

## AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

### Esercizio svolto n°4

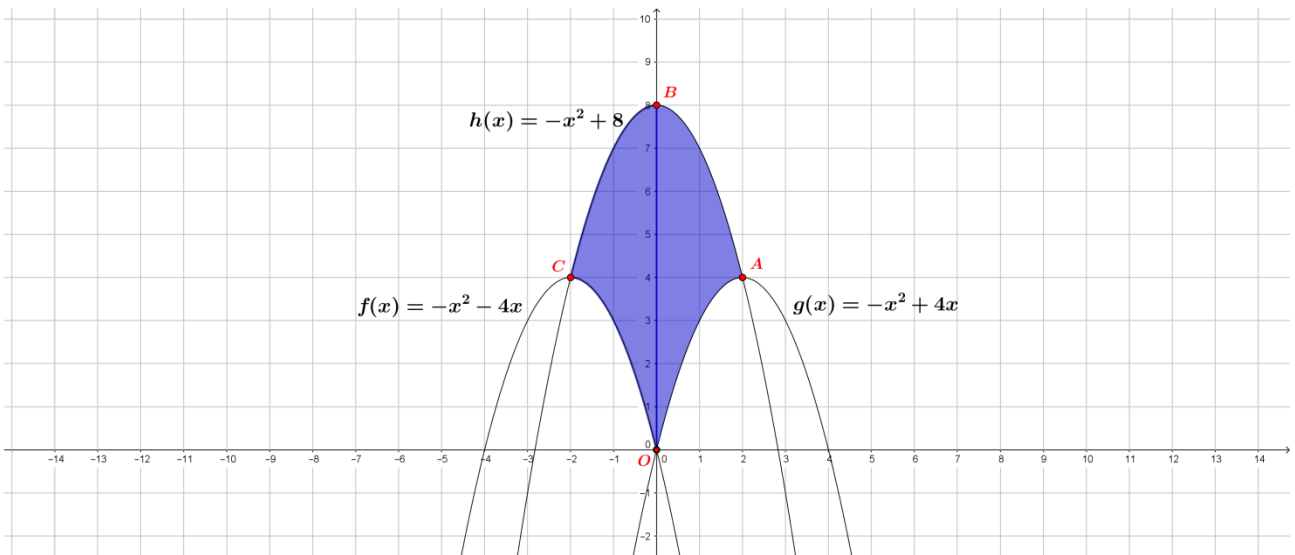
Calcolare l'area della regione di piano limitata dalle curve di equazioni  $f(x) = -x^2 - 4x$ ,  $g(x) = -x^2 + 4x$  e  $h(x) = -x^2 + 8$ .

Poste a sistema le equazioni di  $g(x)$  e  $h(x)$  si trova  $A(2; 4)$ , vertice della parabola  $g(x)$ .

Poste a sistema le equazioni di  $f(x)$  e  $h(x)$  si trova  $C(-2; 4)$ , vertice della parabola  $f(x)$ .

Poste a sistema le equazioni di  $f(x)$  e  $g(x)$  si trova  $O(0; 0)$ , origine degli assi cartesiani.

Dopo aver determinato le coordinate del punto  $B(0; 8)$ , vertice della parabola  $h(x)$ , l'area della regione  $ABCO$  limitata dalle tre curve è il doppio dell'area della regione  $ABO$ , simmetrica rispetto all'asse delle ordinate della regione  $CBO$ .



$$\text{Area} = 2 \int_0^2 (-x^2 + 8) dx - 2 \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx$$

Mettendo in evidenza il fattore 2 si ha

$$\text{Area} = 2 \left\{ \int_0^2 (-x^2 + 8) dx - \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx \right\}$$

Applicando la proprietà additiva degli integrali si ottiene

$$\text{Area} = 2 \left\{ \int_0^2 (-x^2 + x^2 - 4x + 8) dx \right\} = 2 \int_0^2 (-4x + 8) dx =$$

Calcolando l'integrale definito si ha

$$\text{Area} = 2 \left[ -4 \frac{x^2}{2} + 8x \right]_0^2 = 2(-2 \times 4 + 8 \times 2) = 2(-8 + 16) = 2 \times 8 = 16 \text{ u}^2$$

*Prof. Mauro La Barbera*