AREA DI UNA REGIONE DI PIANO

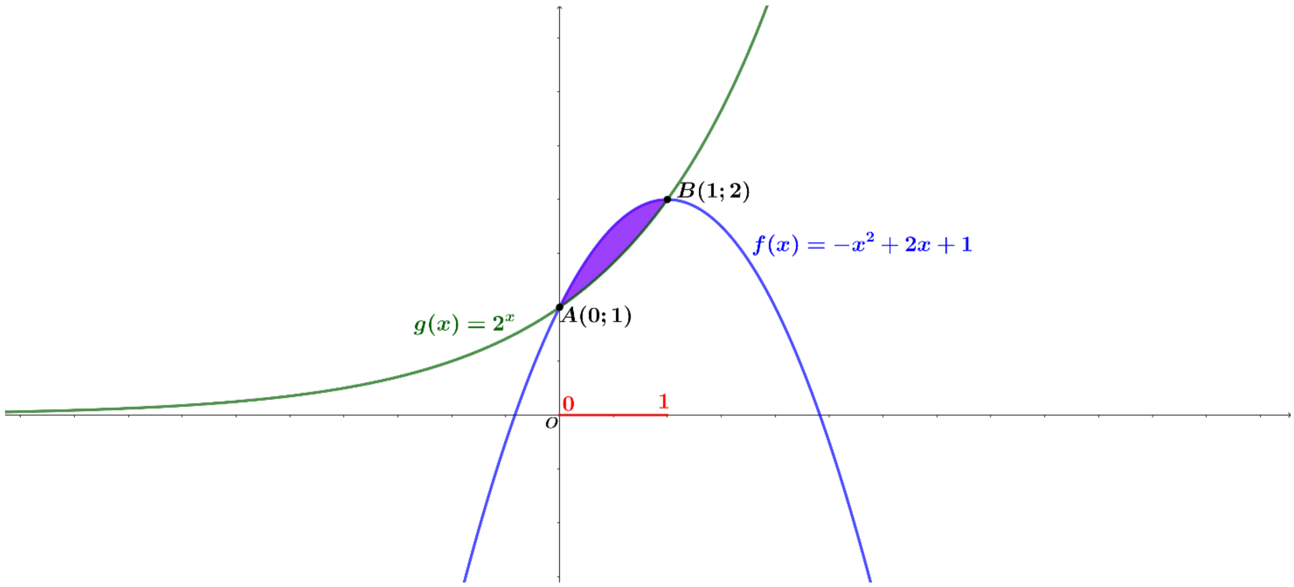
Esercizio svolto n°7

Calcolare l'area della regione di piano limitata dalle curve di equazioni $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = 2^x$ nell'intervallo di integrazione $[0; 1]$.

Osservando che

$$\begin{cases} per\ x = 0\ si\ ha\ f(0) = 1 = g(0) \\ per\ x = 1\ si\ ha\ f(1) = 2 = g(1) \end{cases}$$

Allora si deduce le due curve si intersecano nei punti $A(0; 1)$ e $B(1; 2)$.



L'area della regione limita che si vuole determinare è uguale alla differenza di due aree, cioè

$$Area = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$$

Calcolando gli integrali definiti si ha

$$Area = \int_0^1 (-x^2 + 2x + 1)\,dx - \int_0^1 2^x\,dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} + x\right]_0^1 - \left[\frac{2^x}{ln2}\right]_0^1 =$$

$$= -\frac{1}{3} + 1 + 1 - \left(\frac{2}{ln2} - \frac{1}{ln2}\right) = -\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{ln2} = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{ln2}\right) u^2 \cong 0,22u^2$$

Prof. Mauro La Barbera