

DERIVATA DEL PRODOTTO DI DUE FUNZIONI

La derivata del prodotto di due funzioni e' uguale alla derivata della prima funzione per la seconda non derivata piu' la derivata della seconda funzione per la prima non derivata

$$D[g(x) h(x)] = g'(x) h(x) + g(x) h'(x)$$

Esercizio n°1

$$f(x) = 5x e^x$$

Se $g(x) = 5x$ e $h(x) = e^x$ allora

$$f'(x) = 5 \times e^x + 5x \times e^x = 5(1 + x) e^x$$

Esercizio n°2

$$f(x) = x^3 e^x$$

Se $g(x) = x^3$ e $h(x) = e^x$ allora

$$f'(x) = 3x^2 \times e^x + x^3 \times e^x = (3x^2 + x^3) e^x = x^2(3 + x) e^x$$

Esercizio n°3

$$f(x) = x^4 e^{2x}$$

Se $g(x) = x^4$ e $h(x) = e^{2x}$ allora

$$f'(x) = 4x^3 \times e^{2x} + x^4 \times 2 \times e^{2x} = (4x^3 + 2x^4) e^{2x} = 2x^3(2 + x) e^{2x}$$

Esercizio n°4

$$f(x) = (5x^4 + 4x^3) e^{7x}$$

Se $g(x) = 5x^4 + 4x^3$ e $h(x) = e^{7x}$ allora

$$\begin{aligned} f'(x) &= (20x^3 + 12x^2) e^{7x} + (5x^4 + 4x^3) \times 7 \times e^{7x} = \\ &= (20x^3 + 12x^2 + 35x^4 + 28x^3) e^{7x} = (35x^4 + 48x^3 + 12x^2) e^{7x} \end{aligned}$$

Esercizio n°5

$$f(x) = 3x \sin x$$

Se $g(x) = 3x$ e $h(x) = \sin x$ allora

$$f'(x) = 3 \times \sin x + 3x \times \cos x = 3(\sin x + x \cos x)$$

Esercizio n°6

$$f(x) = 2x \cos x$$

Se $g(x) = 2x$ e $h(x) = \cos x$ allora

$$f'(x) = 2 \times \cos x + 2x (-\sin x) = 2(\cos x - x \sin x)$$

Esercizio n°7

$$f(x) = 3x \sin 2x$$

Se $g(x) = 3x$ e $h(x) = \sin 2x$ allora

$$f'(x) = 3 \times \sin 2x + 3x \times 2 \times \cos 2x = 3(\sin 2x + 2x \cos 2x)$$

Esercizio n°8

$$f(x) = 2x \ln x$$

Se $g(x) = 2x$ e $h(x) = \ln x$ allora

$$f'(x) = 2 \times \ln x + 2x \times \frac{1}{x} = 2 \ln x + 2 = 2(\ln x + 1)$$

Esercizio n°9

$$f(x) = x \ln 2x$$

Se $g(x) = x$ e $h(x) = \ln 2x$ allora

$$f'(x) = 1 \times \ln 2x + x \times \frac{1}{2x} \times 2 = \ln 2x + 1$$

Esercizio n°10

$$f(x) = x \ln (2x - 1)$$

Se $g(x) = x$ e $h(x) = \ln (2x - 1)$ allora

$$f'(x) = 1 \times \ln (2x - 1) + x \times \frac{1}{2x - 1} \times 2 = \ln (2x - 1) + \frac{2x}{2x - 1}$$

Esercizio n°11

$$f(x) = x^2 \ln (x^2 + 1)$$

Se $g(x) = x^2$ e $h(x) = \ln (x^2 + 1)$ allora

$$f'(x) = 2x \times \ln (x^2 + 1) + x^2 \times \frac{1}{x^2 + 1} \times 2x = 2x \left[\ln (x^2 + 1) + \frac{x^2}{x^2 + 1} \right]$$

Esercizio n°12

$$f(x) = e^x \ln x$$

Se $g(x) = e^x$ e $h(x) = \ln x$ allora

$$f'(x) = e^x \times \ln x + e^x \times \frac{1}{x} = \left(\ln x + \frac{1}{x} \right) e^x$$

Esercizio n°13

$$f(x) = 2^x \operatorname{sen} x$$

Se $g(x) = 2^x$ e $h(x) = \operatorname{sen} x$ allora

$$f'(x) = 2^x \times \ln 2 \times \operatorname{sen} x + 2^x \cos x = (\ln 2 \operatorname{sen} x + \cos x) 2^x$$

Esercizio n°14

$$f(x) = 3^x \cos x$$

Se $g(x) = 3^x$ e $h(x) = \cos x$ allora

$$f'(x) = 3^x \times \ln 3 \times \cos x + 3^x (-\operatorname{sen} x) = (\ln 3 \cos x - \operatorname{sen} x) 3^x$$

Esercizio n°15

$$f(x) = 5x \operatorname{tg} x$$

Se $g(x) = 5x$ e $h(x) = \operatorname{tg} x$ allora

$$f'(x) = 5 \times \operatorname{tg} x + 5x \times \frac{1}{\cos^2 x} = 5 \left(\operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos^2 x} \right)$$

Esercizio n°16

$$f(x) = 7x \operatorname{ctg} x$$

Se $g(x) = 7x$ e $h(x) = \operatorname{ctg} x$ allora

$$f'(x) = 7 \times \operatorname{ctg} x + 7x \times \left(-\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} \right) = 7 \left(\operatorname{ctg} x - \frac{x}{\operatorname{sen}^2 x} \right)$$

Esercizio n°17

$$f(x) = x (\ln x)^2$$

Se $g(x) = x$ e $h(x) = (\ln x)^2$ allora

$$f'(x) = 1 \times (\ln x)^2 + x \times 2 \ln x \times \frac{1}{x} = (\ln x)^2 + 2 \ln x = (\ln x + 2) \ln x$$

Esercizio n°18

$$f(x) = 2x (\ln x)^3$$

Se $g(x) = 2x$ e $h(x) = (\ln x)^3$ allora

$$f'(x) = 2 \times (\ln x)^3 + 2x \times 3 (\ln x)^2 \times \frac{1}{x} = 2 (\ln x)^3 + 6 (\ln x)^2 = 2(\ln x + 3)(\ln x)^2$$

Esercizio n°19

$$f(x) = 4x \log_2 x$$

Se $g(x) = 4x$ e $h(x) = \log_2 x$ allora

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \log_2 x + 4x \times \frac{1}{x} \times \log_2 e = 4 \log_2 x + 4 \log_2 e \\ &= 4 (\log_2 x + \log_2 e) = 4 \log_2 (ex) \end{aligned}$$

Esercizio n°20

$$f(x) = \text{sen}(2x) \log_3 x$$

Se $g(x) = \text{sen}(2x)$ e $h(x) = \log_3 x$ allora

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \times \cos(2x) \times \log_3 x + \text{sen}(2x) \times \frac{1}{x} \times \log_3 e \\ &= 2\cos(2x) \log_3 x + \text{sen}(2x) \frac{\log_3 e}{x} \end{aligned}$$

Esercizio n°21

$$f(x) = 5^x \arcsen x$$

Se $g(x) = 5^x$ e $h(x) = \arcsen x$ allora

$$f'(x) = 5^x \times \ln 5 \times \arcsen x + 5^x \times \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \left(\ln 5 \arcsen x + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) 5^x$$

Esercizio n°22

$$f(x) = \sqrt{x} \arctg x$$

Se $g(x) = \sqrt{x}$ e $h(x) = \arctg x$ allora

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \times \arctg x + \sqrt{x} \times \frac{1}{1+x^2} = \frac{\sqrt{x}}{2x} \times \arctg x + \sqrt{x} \times \frac{1}{1+x^2} = \\ &= \left(\frac{\arctg x}{2x} + \frac{1}{1+x^2} \right) \sqrt{x} \end{aligned}$$