Radicali

Esercizi svolti

1) Calcolare la seguente somma algebrica di radicali:
$4\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{a}-5\sqrt{a}+6\sqrt{b}=$ Si possono sommare i radicali simili, cioè quando hanno lo stesso indice e lo stesso radicando, pertanto, sommando algebricamente i coefficienti dei radicali simili, si ottiene: $=2\sqrt{a}+8\sqrt{b}$

2) Ridurre allo stesso indice i seguenti radicali:
$\sqrt{a} \quad ; \quad \sqrt[3]{b^2} \quad .$ Si trova il minimo comune multiplo degli indici, cioè **6**, si divide questo numero per l'indice **2** del primo radicale e si moltiplica il risultato **3** per l'esponente del radicando a, che diventa a^3, analogamente si procede per il secondo radicale, pertanto si ha: $\sqrt[6]{a^3} \quad ; \quad \sqrt[6]{b^4} \quad .$

3) Moltiplicare i seguenti radicali:
$\sqrt{2a}\times\sqrt{3b}=$ Il prodotto di due radicali aventi lo stesso indice è un radicale del medesimo indice, avente per radicando il prodotto dei radicandi, cioè si ottiene: $=\sqrt{6ab}$
$\sqrt{2}\times\sqrt[3]{5}=$ In questo caso poiché i radicali non hanno lo stesso indice, prima è necessario ridurli allo stesso indice e poi eseguire la moltiplicazione, cioè: $=\sqrt[6]{2^3}\times\sqrt[6]{5^2}=\sqrt[6]{2^3\times5^2}=\sqrt[6]{8\times25}=\sqrt[6]{200}$

4) Dividere i seguenti radicali:
$\sqrt[3]{12}:\sqrt[3]{2}=$ Il quoziente di due radicali aventi lo stesso indice è un radicale del medesimo indice, avente per radicando il quoziente dei radicandi, cioè si ottiene: $=\sqrt[3]{12:6}=\sqrt[3]{2}$
$\sqrt[3]{a}:\sqrt[4]{a}=$ In questo caso poiché i radicali non hanno lo stesso indice, prima è necessario ridurli allo stesso indice e poi eseguire la divisione, cioè: $=\sqrt[12]{a^4}:\sqrt[12]{a^3}=\sqrt[12]{a^4:a^3}=\sqrt[12]{a^{4-3}}=\sqrt[12]{a^1}=\sqrt[12]{a}$

5) Semplificare i seguenti radicali:
$\sqrt{a^8b^6}=$ Il radicale per definizione è una potenza ad esponente frazionario, quindi la base a ha per esponente una frazione, il cui numeratore è l'esponente 8, mentre il denominatore è l'indice 2 della radice, analogamente si ha per la base b, la quale ha ad esponente la frazione $\frac{6}{2}$ pertanto, il radicale dato si può scrivere nel seguente modo: $=a^{\frac{8}{2}}b^{\frac{6}{2}}$ semplificando le frazioni, si ottiene a^4b^3.
$\sqrt[9]{a^6b^3}=$ $=a^{\frac{6}{9}}b^{\frac{3}{9}}=a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a^2b^1}=\sqrt[3]{a^2b}$
$\sqrt[15]{a^{10}b^{20}}=$ $=a^{\frac{10}{15}}b^{\frac{20}{15}}=a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{a^2b^4}$
$\sqrt[14]{a^{21}b^7}=$ $=a^{\frac{21}{14}}b^{\frac{7}{14}}=a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a^3b}$

6) Portare i possibili fattori fuori dal segno di radice dei seguenti radicali:
$\sqrt[3]{a^5b^7}=$ Si esegue la divisione tra gli esponenti dei fattori che formano il radicando e l'indice della radice, pertanto per il fattore a^5 si ottiene: $\begin{array}{c\|c} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array}$ il quoziente 1 indica quanti fattori a escono fuori dal segno di radice, mentre il resto 2 indica quanti fattori a rimangono dentro il segno di radice, per il fattore b^7, si ottiene: $\begin{array}{c\|c} 7 & 3 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$ il quoziente 2 indica quanti fattori b escono fuori dal segno di radice, mentre il resto 1 indica che rimane una sola b dentro il segno di radice, cioè: $=a^1b^2\ \sqrt[3]{a^2b^1}=ab^2\ \sqrt[3]{a^2b}$
$\sqrt{a^9b^6}=$ $=a^4b^3\ \sqrt{a^1b^0}=a^4b^3\ \sqrt{a}$ $\sqrt{4a^3}=$ $=\sqrt{2^2a^3}=2a\sqrt{a}$

7) Portare i fattori dentro il segno di radice dei seguenti radicali:
$a^3\sqrt{a}=$ Si moltiplica l'esponente 3 del fattore a^3 per l'indice 2 della radice e il prodotto lo si addiziona all'esponente del radicando, cioè: $=\sqrt{a^{2\times 3+1}}=\sqrt{a^{6+1}}=\sqrt{a^7}$
$a^2b\sqrt[3]{a^2b}=$ $=\sqrt[3]{a^8b^4}$

8) Razionalizzare i denominatori dei seguenti radicali:
$\frac{2}{\sqrt{6}} =$ Si moltiplica sia il numeratore che il denominatore della frazione per $\sqrt{6}$, pertanto, si ottiene: $= \frac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{36}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$
$\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \frac{14\sqrt{7}}{7} = 2\sqrt{7}$

9) Razionalizzare il denominatore del seguente radicale:
$\frac{15}{\sqrt[3]{5}} =$ Si osserva che l'indice della radice è **3** , mentre l'esponente del radicando è **1** , quindi si moltiplica sia il numeratore che il denominatore della frazione per $\sqrt[3]{5^2}$ (l'esponente **2** della base **5** è dato dalla sottrazione tra **3** e **1**), pertanto, si ottiene: $= \frac{15\times\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{5^2}} = \frac{15\ \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5\times5^2}} = \frac{15\ \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{15\ \sqrt[3]{25}}{5} = 3\ \sqrt[3]{25}$

10) Razionalizzare il denominatore dato dalla somma di due radicali:
$\frac{11}{\sqrt{13}+\sqrt{2}} =$ Per razionalizzare il denominatore bisogna applicare la seguente regola dei prodotti notevoli "La somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza dei quadrati dei monomi", cioè $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. Quindi moltiplicando sia il denominatore che il numeratore per il complementare $\sqrt{13}-\sqrt{2}$ si ottiene: $= \frac{11(\sqrt{13}-\sqrt{2})}{(\sqrt{13}+\sqrt{2})(\sqrt{13}-\sqrt{2})} = \frac{11(\sqrt{13}-\sqrt{2})}{\sqrt{13^2}-\sqrt{2^2}} = \frac{11(\sqrt{13}-\sqrt{2})}{13-2} = \frac{11(\sqrt{13}-\sqrt{2})}{11} = \sqrt{13}-\sqrt{2}$

11) Razionalizzare il denominatore dato dalla differenza di due radicali:
$\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} =$ Per razionalizzare il denominatore bisogna applicare la seguente regola dei prodotti notevoli "La somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza dei quadrati dei monomi", cioè $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. Quindi moltiplicando sia il denominatore che il numeratore per il complementare $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ si ottiene: $= \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{\sqrt{7^2}-\sqrt{5^2}} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{5})$