

ESERCIZIO SVOLTO

Determinare il dominio della funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 7}$

La funzione data è algebrica irrazionale intera di secondo grado, scritta in forma esplicita, per determinare il campo di esistenza si pone il radicando maggiore o uguale a zero (si osserva che la radice è di indice pari), cioè

$$x^2 - 8x + 7 > 0 \text{ disequazione propria}$$

$$x^2 - 8x + 7 \geq 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \text{ equazione associata}$$

Per risolvere la disequazione suddetta si passa inizialmente alla risoluzione della sua equazione "interna" associata, ossia

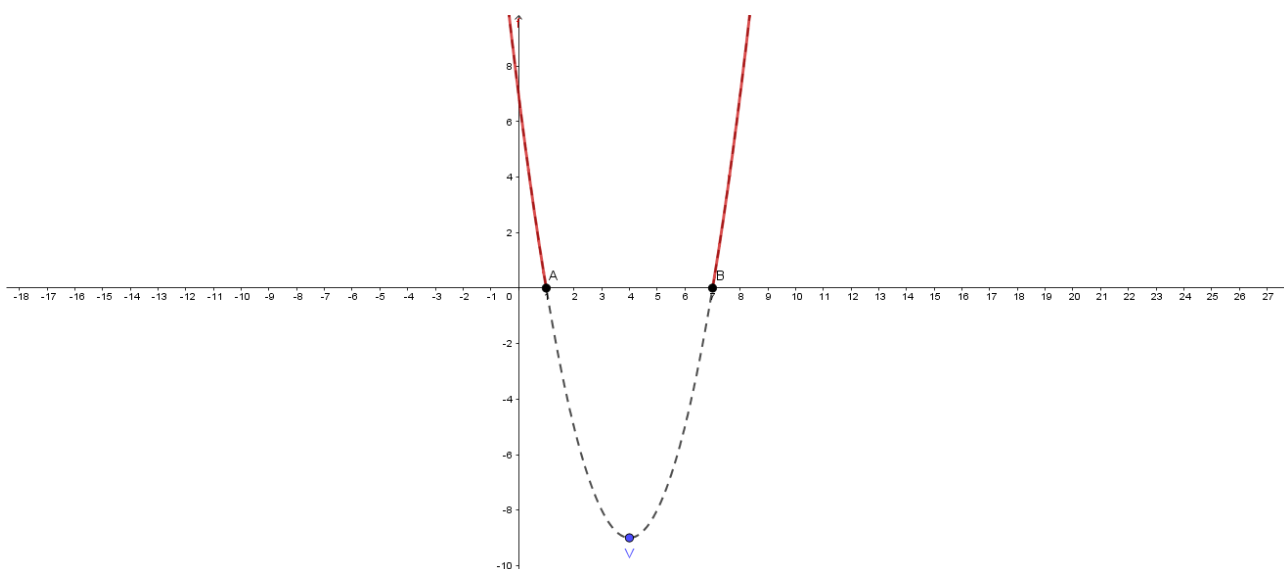
$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

Ricordando che  $\Delta = b^2 - 4ac$  e  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  si ha

$$\Delta = 64 - 28 = 36 > 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = 7 \end{matrix}$$

Per calcolare le soluzioni della disequazione  $x^2 - 8x + 7 > 0$  si può applicare il **metodo della risoluzione grafica**, pertanto, ponendo  $y = x^2 - 8x + 7$  si ha un'equazione bidimensionale, che nel piano cartesiano è rappresentata da una parabola. La curva interseca l'asse delle ascisse nei punti  $A(1; 0)$  e  $B(7; 0)$ , e ha il vertice nel punto  $V(4; -9)$ . La disequazione  $x^2 - 8x + 7 > 0$  è verificata per tutti i punti del grafico della parabola situati al di sopra dell'asse delle ascisse (per tutti i valori delle ascisse che hanno immagini positive), cioè  $x < 1 \vee x > 7$ , ossia per tutti i valori **esterni** all'intervallo delle soluzioni dell'equazione associata.



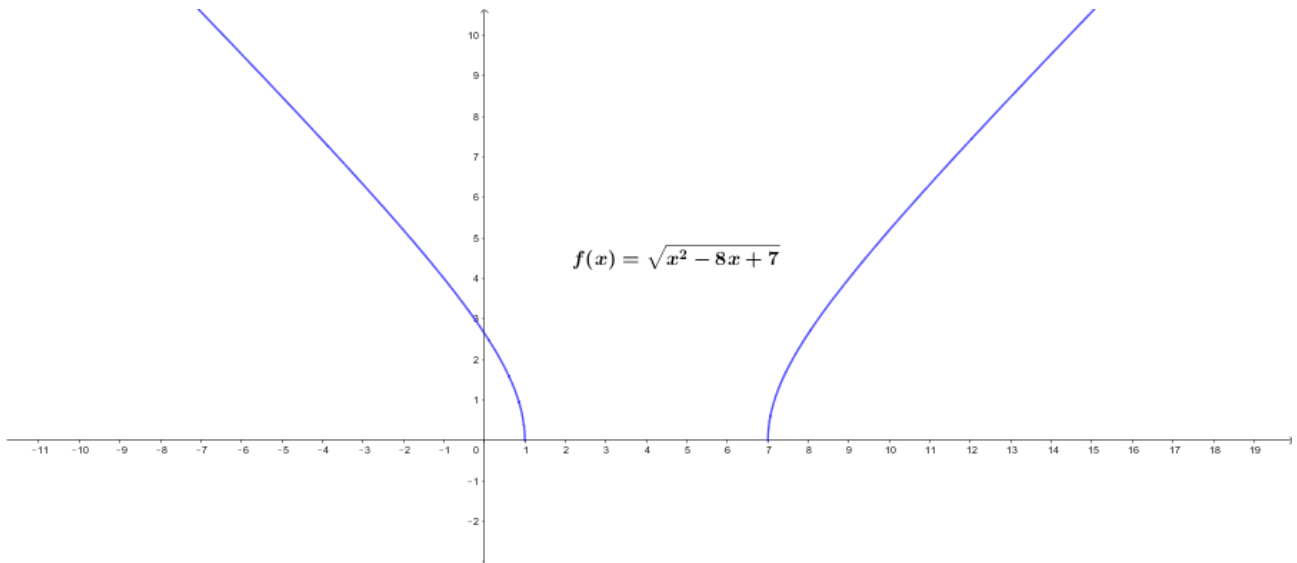
$$x_1 = 1, x_2 = 7$$

Pertanto, la disequazione  $x^2 - 8x + 7 \geq 0$  è verificata per  $x \leq 1$  e  $x \geq 7$ , cioè per  $x \leq 1 \vee x \geq 7$ .  
 $x < 1 \vee x > 7$

Quindi, il dominio della funzione data è **C.E.**:  $\forall x \in \mathbb{R} / x \leq 1 \vee x \geq 7$ .

Infatti costruendo il grafico della funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 7}$  si osserva che il disegno si estende per

$$\forall x \in \mathbb{R} / x \leq 1 \vee x \geq 7$$



### Metodo algebrico

$$x^2 - 8x + 7 \geq 0$$

Il trinomio che si trova al primo membro della disequazione si può scomporre nel seguente modo

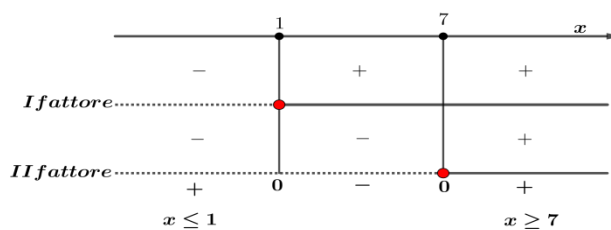
$$(x - 1)(x - 7) \geq 0$$

Il prodotto  $(x - 1)(x - 7)$  è positivo quando i due fattori hanno lo stesso segno, pertanto, ponendo che entrambi siano positivi, si ha

$$\text{I fattore: } x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$\text{II fattore: } x - 7 \geq 0 \rightarrow x \geq 7$$

Schematizzando sull'asse delle ascisse si ottiene



### Regola algebrica

$a$	$\Delta$	$ax^2 + bx + c$	$x \leq x_1 \vee x \geq x_2$
$>$	$>$	$\geq$	