ESERCIZIO SVOLTO

Determinare il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

La funzione data è algebrica irrazionale intera di secondo grado, scritta in forma esplicita, per determinare il campo di esistenza si pone il radicando maggiore o uguale a zero (si osserva che la radice è di indice pari), cioè

$$x^2 - 2x + 5 \geq 0 \rightarrow \begin{array}{l} x^2 - 2x + 5 > 0 \ \ disequazione\ propria \\ x^2 - 2x + 5 = 0 \ \ equazione\ associata \end{array}$$

Per risolvere la disequazione suddetta si passa inizialmente alla risoluzione della sua equazione "interna" associata, ossia

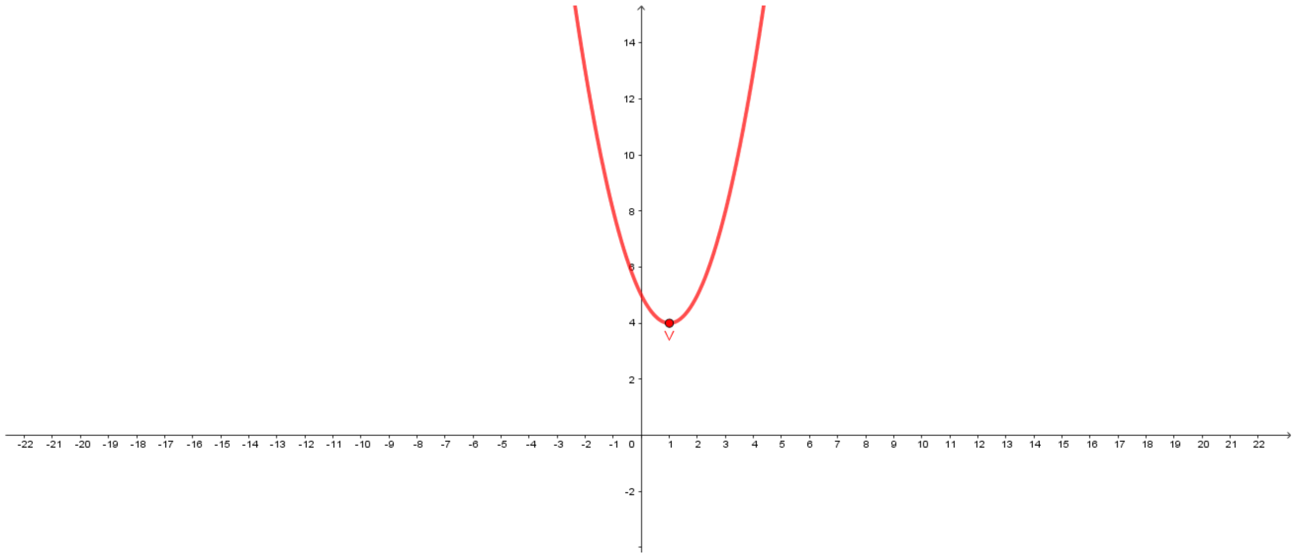
$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

Ricordando che $\Delta = b^2 - 4ac$ e $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ si ha

$$\Delta = 4 - 20 = -16 < 0 \rightarrow soluzioni\ non\ reali$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{4 \pm 4i}{2} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 2 - 2i \\ x_2 = 2 + 2i \end{array} \rightarrow soluzioni\ complesse\ coniugate$$

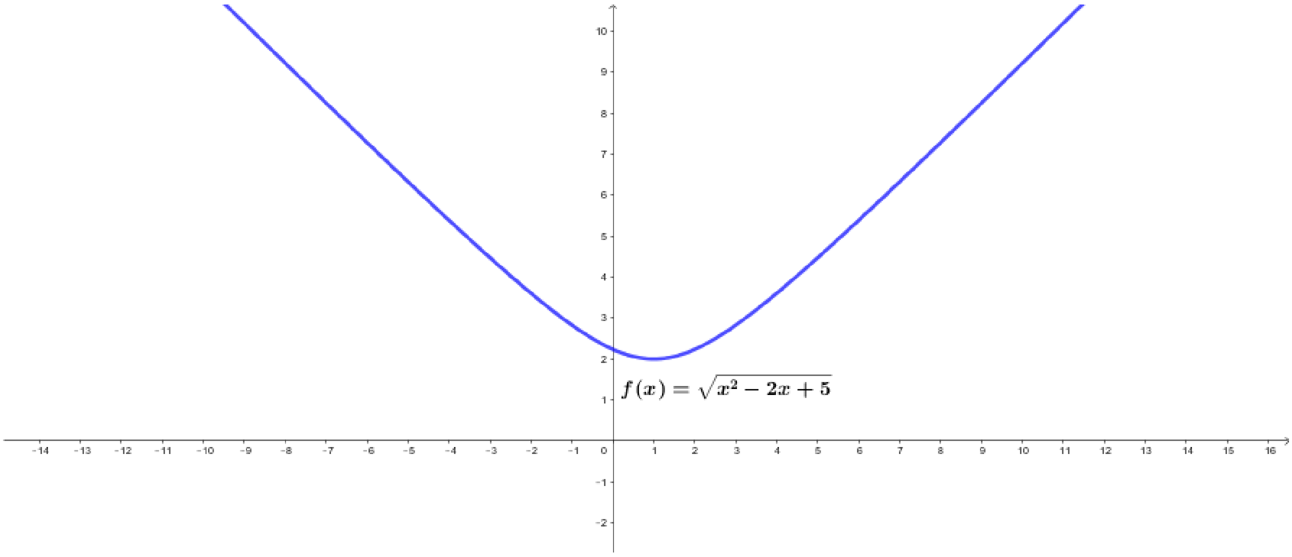
Per calcolare le soluzioni della disequazione $x^2 - 2x + 5 > 0$ si può applicare **il metodo della risoluzione grafica**, pertanto, ponendo $y = x^2 - 2x + 5$ si ha un'equazione bidimensionale, che nel piano cartesiano è rappresentata da una parabola. La curva non interseca l'asse delle ascisse, e ha il vertice nel punto $V(1; 4)$. La disequazione $x^2 - 2x + 5 > 0$ è sempre verificata perché tutti i punti del grafico della parabola sono situati al di sopra dell'asse delle ascisse, cioè nel semipiano delle ordinate positive.



Pertanto, il dominio della funzione data è $\boldsymbol{C.E.:\ \forall x \in \mathbb{R}}$.

Infatti costruendo il grafico della funzione $\boldsymbol{f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}}$ si osserva che il disegno si estende per

$\forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$

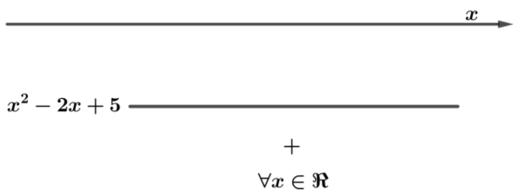


Metodo algebrico

$$x^2-2x+5>0$$

Il trinomio che si trova al primo membro della disequazione è sempre positivo.

Schematizzando sull'asse delle ascisse si ottiene



Regola algebrica

$\boldsymbol{a}$	Δ	$\boldsymbol{ax^2+bx+c}$	$\forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$
$>$	$<$	$>$	