

[Classe quinta](#)[Analisi](#)**PUNTO DI CUSPIDE**

Verificare che la funzione  $f(x) = \sqrt{|x|}$  ha nell'origine degli assi cartesiani un punto di cuspidale.

*Si ricorda che una funzione  $f$  ha in  $x_0$  un punto di cuspidale se i due limiti destro e sinistro del rapporto incrementale sono infiniti di segno opposto.*

*La funzione data è definita nel seguente modo*

$$f(x) = \sqrt{|x|} = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{se } x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

*Si calcola la sua derivata prima, pertanto, per definizione si ottiene*

$$f'(x) = D\sqrt{|x|} = \begin{cases} f'_+(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \\ f'_-(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \end{cases}$$

*Sapendo che  $f(x_0 + h) = \sqrt{0 + h}$  e  $f(x_0) = \sqrt{0}$  quando  $x \geq 0$*

*Mentre  $f(x_0 + h) = \sqrt{0 - h}$  e  $f(x_0) = \sqrt{0}$  quando  $x < 0$  sostituendo si ha*

$$= \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{h}}{h} = +\infty \\ \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{-h}}{h} = -\infty \end{cases}$$

*Essendo i due limiti suddetti infiniti (confronto tra infiniti) e di segno opposto si può affermare che l'origine degli assi cartesiani è un punto cuspidale.*

