PUNTO DI FLESSO VERTICALE

Verificare che la funzione $f(x) = 3\sqrt[3]{x-1}$ ha un punto di flesso verticale per $x_0 = 1$.

Si ricorda che una funzione f ha in x_0 un punto di flesso verticale se i due limiti destro e sinistro del rapporto incrementale sono infiniti e dello stesso segno.

La funzione data è definita su tutto l'asse reale, cioè $Dom(f):]-\infty\,; +\infty[$ e si può scrivere nel seguente modo

$$f(x) = 3(x-1)^{\frac{1}{3}}$$

Si calcola la sua derivata prima applicando la regola della derivata della potenza

$$f'(x) = 3 \times \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{1}{3}-1} = (x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

Si osserva che la derivata prima è definita per tutti i valori della funzione data, ad eccezione del valore 1, cioè $Dom(f') = Dom(f) - \{1\}$

Essendo

$$f(1) = 0$$

se ne deduce che la funzione data ha in $F(1\,;0)$ un punto di non derivabilità.

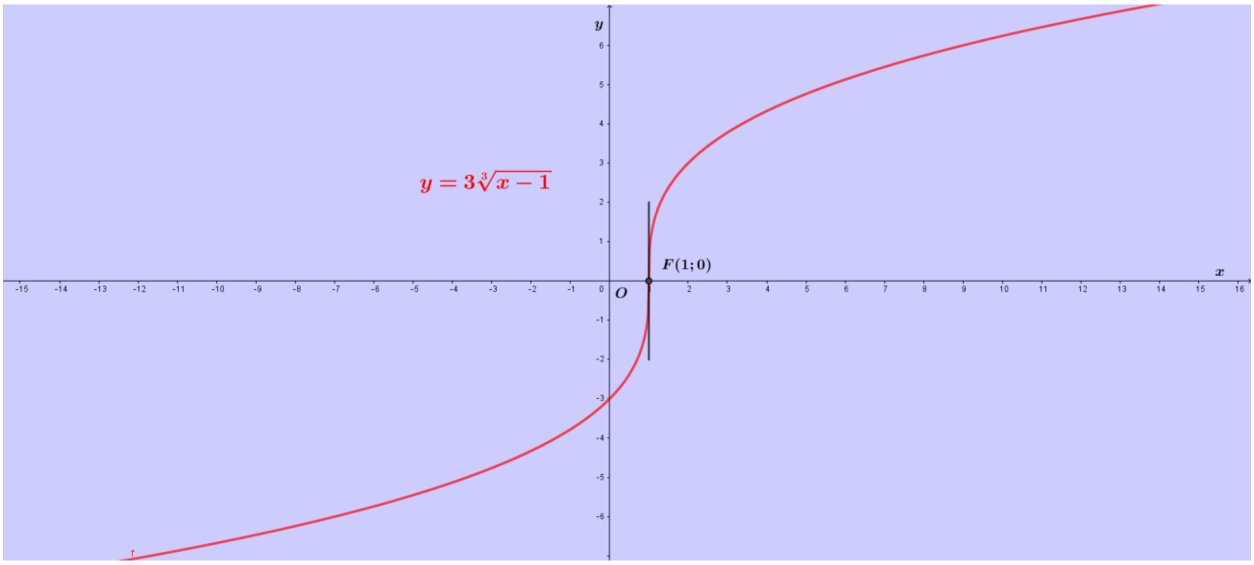
Per classificare il suddetto punto si calcola la derivata prima destra nel punto di ascissa 1, cioè

$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} = +\infty$$

Analogamente calcolando la derivata prima sinistra nel punto di ascissa 1 si ha

$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} = +\infty$$

Pertanto, si può affermare che i due limiti suddetti sono infiniti e dello stesso segno, quindi la funzione data presenta nel punto $F(1\,;0)$ un flesso verticale, cioè la curva in tale punto è tangente alla retta di equazione $x = 1$.


$y = 3\sqrt[3]{x-1}$
$F(1;0)$
O
x
y