[**Home page**](../index.htm)

[**Goniometria**](../trigonometria.htm)

[**Equazioni goniometriche**](../Goniometria_indice_equazioni.htm)

**ESERCIZI SVOLTI EQUAZIONI GONIOMETRICHE METODO GRAFICO**

**ESERCIZIO N°1**

***Risolvere l’equazione***

$$cos x+senx=1$$

**Ponendo**

$$cos x=X e sen x=Y$$

**l’equazione data diventa**

$$X+Y=1$$

**e ricordando la prima relazione fondamenta della goniometria**

$$cos^{2} x+sen^{2} x=1$$

**la relazione suddetta si può scrivere nel seguente modo**

$$X^{2}+Y^{2}=1$$

**Pertanto, mettendo a sistema la due equazioni trovate si ottiene**

$$\left\{\begin{array}{c}X+Y=1\\ X^{2}+Y^{2}=1\end{array}\right.$$

**Applicando il metodo di sostituzione si ha**

$$\left\{\begin{array}{c}X=1-Y \\\left(1-Y\right)^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1-Y \\ 1-2Y+Y^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1-Y \\ 2Y^{2}-2Y=0\end{array}\right.\right.\right.\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1-Y \\ 2Y\left(Y-1\right)=0\end{array}\right.$$

**Ossia**

$$\left\{ \begin{array}{c}X=1-Y\\2Y=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=1\\Y=0\end{array}\right.\right.\rightarrow P\left(1;0\right)$$

**e**

$$\left\{ \begin{array}{c}X=1-Y \\Y-1=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=0\\Y=1\end{array}\right.\right.\rightarrow Q\left(0;1\right)$$

**I punti P e Q sono i break point, ossia i punti d’intersezione tra la retta di equazione**

$ X+Y=1$ **e la circonferenza**$ X^{2}+Y^{2}=1$ **,**

**Graficamente si ha**

****

**Quindi gli angoli che si determinano dalle soluzioni del sistema sono**

$$x=\frac{x}{2}+k π e x=2k π$$

**ESERCIZIO N°2**

***Risolvere l’equazione***

$$sen x-cos x=0$$

**Ponendo**

$$cos x=X e sen x=Y$$

**l’equazione data diventa**

$$Y-X=0$$

**e ricordando la prima relazione fondamenta della goniometria**

$$cos^{2} x+sen^{2} x=1$$

**la relazione suddetta si può scrivere nel seguente modo**

$$X^{2}+Y^{2}=1$$

**Pertanto, mettendo a sistema la due equazioni trovate si ottiene**

$$\left\{\begin{array}{c}X-Y=0\\ X^{2}+Y^{2}=1\end{array}\right.$$

**Applicando il metodo di sostituzione si ha**

$$\left\{\begin{array}{c} X=Y \\Y^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=Y\\ 2Y^{2}=1\end{array}\right.\right.\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=Y\\ Y^{2}=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

**Ossia**

$$\left\{ \begin{array}{c}X=Y \\Y=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c}X=-\frac{\sqrt{2}}{2} \\Y=-\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.\right.\rightarrow P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

**e**

$$\left\{ \begin{array}{c}X=Y \\Y=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c}X=\frac{\sqrt{2}}{2} \\Y=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.\right.\rightarrow Q\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

**I punti P e Q sono i break point, ossia i punti d’intersezione tra la retta di equazione**

$ X-Y=0$ **e la circonferenza**$ X^{2}+Y^{2}=1$ **,**

**Graficamente si ha**

****

**Cioè**

$$x=45°+k 180°$$

**Ossia in radianti**

$$x=\frac{π}{4}+k π$$

**ESERCIZIO N°3**

***Risolvere l’equazione***

$$cos x-sen x=1$$

**Ponendo**

$$cos x=X e sen x=Y$$

**l’equazione data diventa** $X-Y=1$

**e ricordando la prima relazione fondamenta della goniometria**

$$cos^{2} x+sen^{2} x=1$$

**la relazione suddetta si può scrivere nel seguente modo** $X^{2}+Y^{2}=1$

**Pertanto, mettendo a sistema la due equazioni trovate si ottiene**

$$\left\{\begin{array}{c}X-Y=1\\ X^{2}+Y^{2}=1\end{array}\right.$$

**Applicando il metodo di sostituzione si ha**

$$\left\{\begin{array}{c}X=1+Y \\\left(1+Y\right)^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1+Y \\ 1+2Y+Y^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1+Y \\ 2Y^{2}+2Y=0\end{array}\right.\right.\right.\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=1+Y \\ 2Y\left(Y+1\right)=0\end{array}\right.$$

**Ossia**

$\left\{ \begin{array}{c}X=1+Y\\2Y=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=1\\Y=0\end{array}\right.\right.\rightarrow P\left(1;0\right)$ **e** $\left\{ \begin{array}{c}X=1+Y \\Y+1=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=0\\Y=-1\end{array}\right.\right.\rightarrow Q\left(0;-1\right)$

**I punti P e Q sono i break point, ossia i punti d’intersezione tra la retta di equazione**

$ X-Y=1$ **e la circonferenza**$ X^{2}+Y^{2}=1$ **, graficamente si ha**

****

**Le soluzioni del sistema sono** $x=\frac{3x}{2}+kπ e x=2kπ$

**ESERCIZIO N°4**

***Risolvere l’equazione***

$$cos \frac{1}{3}x-sen\frac{1}{3} x=-1$$

**Si pone l’angolo uguale ad una incognita ausiliare, ossia**

$$\frac{1}{3}x=t$$

**Pertanto, l’equazione data diventa** $cos t-sen t=-1$

**Ponendo** $cos t=X e sen t=Y$ **l’equazione data diventa** $X-Y=-1$

**e ricordando la prima relazione fondamenta della goniometria** $cos^{2} t+sen^{2} t=1$

**la relazione suddetta si può scrivere nel seguente modo** $X^{2}+Y^{2}=1$

**Pertanto, mettendo a sistema la due equazioni trovate si ottiene** $\left\{\begin{array}{c}X-Y=-1\\ X^{2}+Y^{2}=1\end{array}\right.$

**Applicando il metodo di sostituzione si ha**

$$\left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\\left(-1+Y\right)^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\1-2Y+Y^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\ 2Y^{2}-2Y=0\end{array}\right.\right.\right.\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\ 2Y\left(Y-1\right)=0\end{array}\right.$$

**Ossia**

$\left\{ \begin{array}{c}X=-1+Y\\2Y=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=-1\\Y=0\end{array}\right.\right.\rightarrow P\left(-1;0\right)$ **e** $\left\{ \begin{array}{c}X=-1+Y \\Y-1=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=0\\Y=+1\end{array}\right.\right.\rightarrow Q\left(0;1\right)$

**I punti P e Q sono i break point, ossia i punti d’intersezione tra la retta di equazione**

$ X-Y=-1$ **e la circonferenza**$ X^{2}+Y^{2}=1$ **, graficamente si ha**

****

$$\frac{1}{3}x=\frac{π}{2}+2kπ\rightarrow x=\frac{3}{2}π+6kπ e \frac{1}{3}x= π+2kπ\rightarrow x=3π+6k π$$

**ESERCIZIO N°5**

***Risolvere l’equazione***

$$-cos \frac{2}{5}x+sen\frac{2}{5} x=1$$

**Si pone l’angolo uguale ad una incognita ausiliare, ossia**

$$\frac{2}{5}x=t$$

**Pertanto, l’equazione data diventa** $-cos t+sen t=1\rightarrow cos x-sen x= -1$

**Ponendo** $cos t=X e sen t=Y$ **l’equazione data diventa** $X-Y=-1$

**e ricordando la prima relazione fondamenta della goniometria** $cos^{2} t+sen^{2} t=1$

**la relazione suddetta si può scrivere nel seguente modo** $X^{2}+Y^{2}=1$

**Pertanto, mettendo a sistema la due equazioni trovate si ottiene** $\left\{\begin{array}{c}X-Y=-1\\ X^{2}+Y^{2}=1\end{array}\right.$

**Applicando il metodo di sostituzione si ha**

$$\left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\\left(-1+Y\right)^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\1-2Y+Y^{2}+Y^{2}=1\end{array}\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\ 2Y^{2}-2Y=0\end{array}\right.\right.\right.\rightarrow \left\{\begin{array}{c}X=-1+Y \\ 2Y\left(Y-1\right)=0\end{array}\right.$$

**Ossia**

$\left\{ \begin{array}{c}X=-1+Y\\2Y=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=-1\\Y=0\end{array}\right.\right.\rightarrow P\left(-1;0\right)$ **e** $\left\{ \begin{array}{c}X=-1+Y \\Y-1=0 \end{array}\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} X=0\\Y=+1\end{array}\right.\right.\rightarrow Q\left(0;1\right)$

**I punti P e Q sono i break point, ossia i punti d’intersezione tra la retta di equazione**

$ X-Y=-1$ **e la circonferenza**$ X^{2}+Y^{2}=1$ **, graficamente si ha**

****

$$\frac{2}{5}x=\frac{π}{2}+2kπ\rightarrow x=\frac{5}{4}π+5kπ e \frac{2}{5}x=π+2kπ\rightarrow x=\frac{5}{2}π+5kπ$$