

[Goniometria](#)

[Equazioni goniometriche](#)

**ESERCIZI SVOLTI EQUAZIONI GONIOMETRICHE OMOGENEE IN SENO E COSENO**

**ESERCIZIO N°1**

*Risolvere l'equazione*

$$\sin^2 x - 2\sin x \cos x - (2\sqrt{3} + 3)\cos^2 x = 0$$

E' un'equazione *omogenea* di secondo grado, infatti se si pone

$$\cos x = X \text{ e } \sin x = Y$$

Si ottiene che il polinomio  $Y^2 - 2XY - (2\sqrt{3} + 3)X^2$  ha tutti i monomi di secondo grado.

Dividendo tutti i termini dell'equazione per  $\cos^2 x \neq 0$  quindi ponendo

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

si ha

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{(2\sqrt{3} + 3)\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Cioè

$$\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - (2\sqrt{3} + 3) = 0$$

che è un'equazione di secondo grado nell'incognita  $\operatorname{tg} x$

Pertanto

$$\frac{\Delta}{4} = 1 + 2\sqrt{3} + 3 = (1 + \sqrt{3})^2 > 0$$

Quindi ammette due soluzioni reali e distinte, infatti

$$\operatorname{tg} x = 1 \pm (1 + \sqrt{3}) \begin{array}{l} \nearrow 1 - 1 - \sqrt{3} = -\sqrt{3} \\ \searrow 1 + 1 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} \end{array}$$

Per  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$  si ha  $x = 120^\circ + k 180^\circ$

Per  $\operatorname{tg} x = 2 + \sqrt{3}$  si ha  $x = 75^\circ + k 180^\circ$

## ESERCIZIO N°2

*Risolvere l'equazione*

$$\sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$$

Dividendo tutti i termini dell'equazione per  $\cos^2 x \neq 0$  quindi ponendo

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

si ha

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{(1 - \sqrt{3}) \sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{\sqrt{3} \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Cioè

$$\operatorname{tg}^2 x + (1 - \sqrt{3}) \operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$$

che è un'equazione di secondo grado nell'incognita  $\operatorname{tg} x$

Pertanto

$$\Delta = (1 - \sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} = 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 1 + 3 + 2\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2 > 0$$

Quindi ammette due soluzioni reali e distinte, infatti

$$\operatorname{tg} x = \frac{-(1 - \sqrt{3}) \pm (1 + \sqrt{3})}{2} \begin{array}{l} \nearrow \frac{-1 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3}}{2} = -1 \\ \searrow \frac{-1 + \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \end{array}$$

Per  $\operatorname{tg} x = -1$  si ha  $x = 135^\circ + k 180^\circ$  oppure  $x = -45^\circ + k 180^\circ$

Per  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$  si ha  $x = 60^\circ + k 180^\circ$

Oppure espresse in radianti

$$x = \frac{3}{4}\pi + k\pi \text{ oppure } x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$