

Goniometria

**ESERCIZI SVOLTI APPLICANDO LE FORMULE DI DUPLICAZIONE**

**ESERCIZIO N°1**

*Calcolare il valore del seno dell'angolo  $2\alpha$*

Osservando che

$$2\alpha = \alpha + \alpha$$

e sapendo che

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

Ponendo nella formula suddetta che

$$\alpha = \beta$$

Ha senso scrivere

$$\text{sen}2\alpha = \text{sen}(\alpha + \alpha) = \text{sen}\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \text{sen}\alpha = 2\text{sen}\alpha \cos\alpha$$

Ossia la formula di **uplicazione per il seno** di un angolo è

$$\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha \cos\alpha$$

**ESERCIZIO N°2**

*Calcolare il valore del seno dell'angolo di ampiezza  $60^\circ$*

Osservando che

$$60^\circ = 30^\circ + 30^\circ = 2 \times 30^\circ$$

e sapendo che la formula di duplicazione per il seno di un angolo è

$$\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha \cos\alpha$$

Ha senso scrivere

$$\text{sen}60^\circ = \text{sen}(2 \times 30^\circ) = 2\text{sen}30^\circ \cos30^\circ$$

Ossia

$$\text{sen}60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### ESERCIZIO N°3

Calcolare il valore del coseno dell'angolo  $2\alpha$

Osservando che

$$2\alpha = \alpha + \alpha$$

e sapendo che

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

Ponendo nella formula suddetta che

$$\alpha = \beta$$

Ha senso scrivere

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha \cos\alpha - \sin\alpha \sin\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Ossia la formula di **duplicazione per il coseno** di un angolo è

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

N.B. la formula di duplicazione suddetta si può anche scrivere

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

### ESERCIZIO N°4

Calcolare il valore del coseno dell'angolo di ampiezza  $60^\circ$

Osservando che

$$60^\circ = 30^\circ + 30^\circ = 2 \times 30^\circ$$

e sapendo che la formula di duplicazione per il coseno di un angolo è

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Ha senso scrivere

$$\cos 60^\circ = \cos(2 \times 30^\circ) = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$$

Ossia

$$\cos 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$