

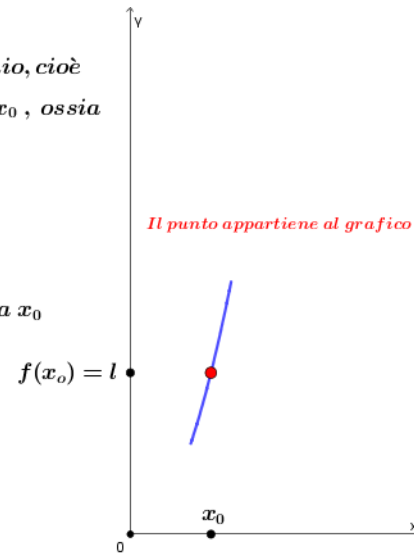
LIMITI PER X CHE TENDE AL FINITO

Data la funzione $y = f(x)$ e x_0 un valore appartenente al suo dominio, cioè $x_0 \in \text{Dom}(f)$, se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ allora la funzione è continua in x_0 , ossia si verificano le seguenti tre condizioni:

- 1) Esiste il valore della funzione nel punto di ascissa x_0
- 2) Esiste il limite finito per x che tende a x_0
- 3) Il limite coincide con il valore della funzione nel punto di ascissa x_0

Cioè

- 1) $\exists f(x_0)$
- 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$
- 3) $l = f(x_0)$



[ESEMPIO N°1](#)

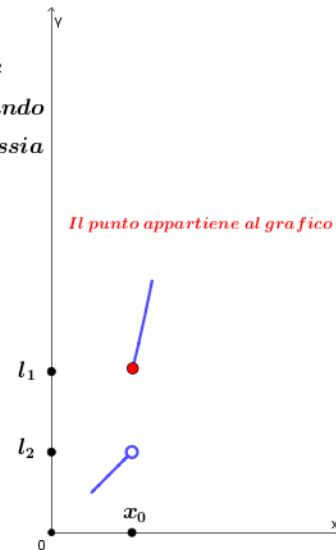
Data la funzione $y = f(x)$ e x_0 un valore appartenente al suo dominio, cioè $x_0 \in \text{Dom}(f)$, la funzione ha un punto discontinuità di prima specie, quando in x_0 esistono e sono finiti il limite destro e il sinistro, ma sono distinti, ossia

$$\exists f(x_0) \text{ e } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_1 \neq l_2 = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$$

Osservazione: si dice anche discontinuità "a salto"

$$\text{Salto} = |l_1 - l_2|$$

Se $x_0 \notin \text{Dom}(f)$ allora $\nexists f(x_0)$, in questo caso si dice punto di singolarità.

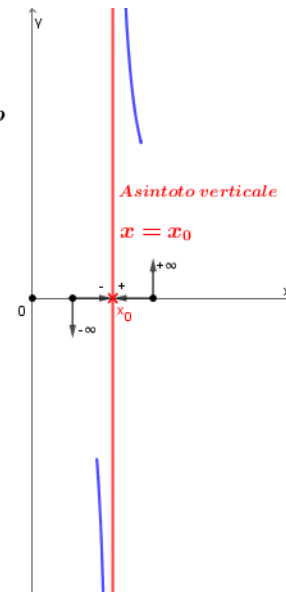


[ESEMPIO N°2](#)

Data la funzione $y = f(x)$ e x_0 un valore non appartenente al suo dominio, cioè $x_0 \notin \text{Dom}(f)$, la funzione ha un punto discontinuità di seconda specie, quando in x_0 o non esiste almeno uno dei due limiti, destro e sinistro, oppure, quando per x che tende a x_0 , almeno uno dei due vale in finito.

Se $\nexists f(x_0)$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ la curva è asintotica verticalmente.

Esempio: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$



ESEMPIO N°3

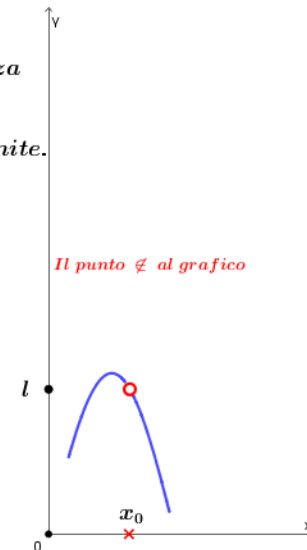
La funzione $y = f(x)$ ha in x_0 un punto di singolarità/discontinuità di terza specie se esiste finito, per x che tende a x_0 , il limite della funzione, ma il valore $f(x_0)$ o non esiste oppure esiste ma risulta diverso dal valore del limite.

$$\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \text{ e } \begin{matrix} l \neq f(x_0) \\ \text{oppure} \\ \nexists f(x_0) \end{matrix}$$

Osservazione: si dice anche discontinuità "con il buco"

Se $x_0 \in \text{Dom}(f)$ allora $\exists f(x_0)$, in questo caso si dice punto di discontinuità.

Se $x_0 \notin \text{Dom}(f)$ allora $\nexists f(x_0)$, in questo caso si dice punto di singolarità.



ESEMPIO N°4