FORMA TRIGONOMETRICA DEI NUMERI COMPLESSI ESERCIZI SVOLTI

ESERCIZIO N°1

Scrivere in forma trigonometrica il numero complesso

$$z = \sqrt{3} + i$$

Dato il numero complesso nella forma cartesiana, ovvero nella forma $z = a + bi$ **, bisogna scriverlo nella forma trigonometrica** $z = \rho\,(\cos\theta + i\,sen\,\theta)$

Sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\,sen\,\theta$$

si ricava che

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \;\; e \;\; \theta = arc\,tg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Quindi essedo $a = \sqrt{3}$ e $b = 1$ **si può scrivere**

$$\rho = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2\;(modulo\;di\;z)$$

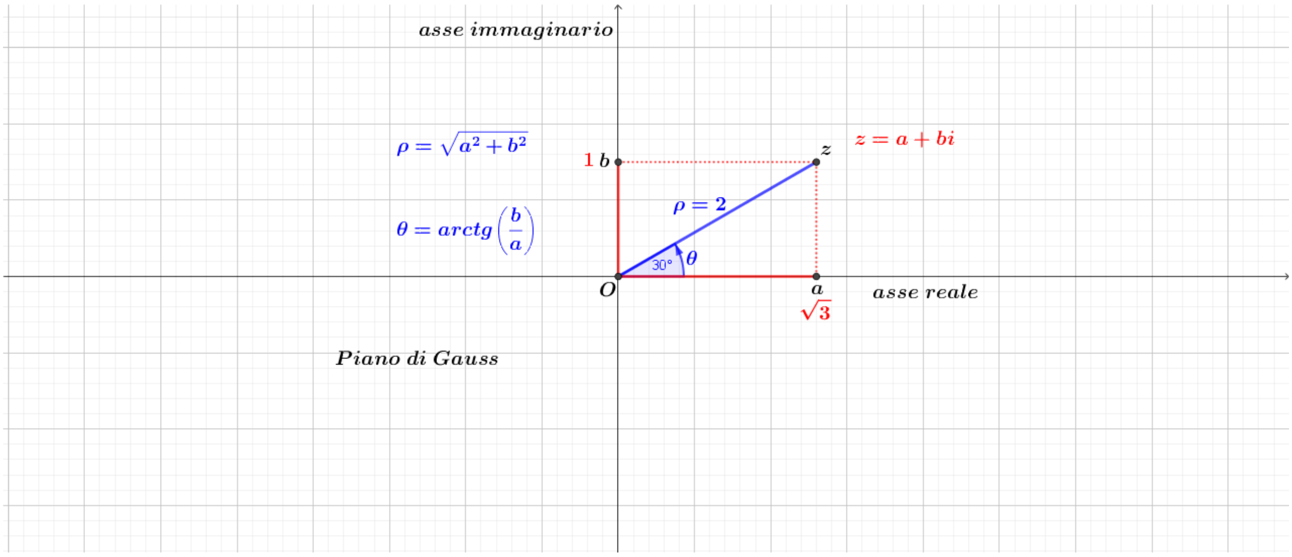
Mentre per calcolare l'ampiezza dell'angolo θ **si ha**

$$\theta = arc\,tg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = arc\,tg\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30°\;(argomento\;di\;z)$$

Pertanto, si ottiene

$$z = \sqrt{3} + i = 2\cos 30° + 2 sen\,30°\,i = 2(\cos 30° + i\,sen\,30°)$$

Graficamente si ha



ESERCIZIO N°2

Scrivere in forma trigonometrica il numero complesso

$$z = 1 + i$$

Dato il numero complesso nella forma cartesiana, ovvero nella forma $z = a + bi$, bisogna scriverlo nella forma trigonometrica $z = \rho\,(\cos\theta + i\,sen\,\theta)$

Sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\,sen\,\theta$$

si ricava che

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \;\; e \;\; \theta = arc\,tg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Quindi essedo $a = 1$ e $b = 1$ si può scrivere

$$\rho = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \;\; (modulo\;di\;z)$$

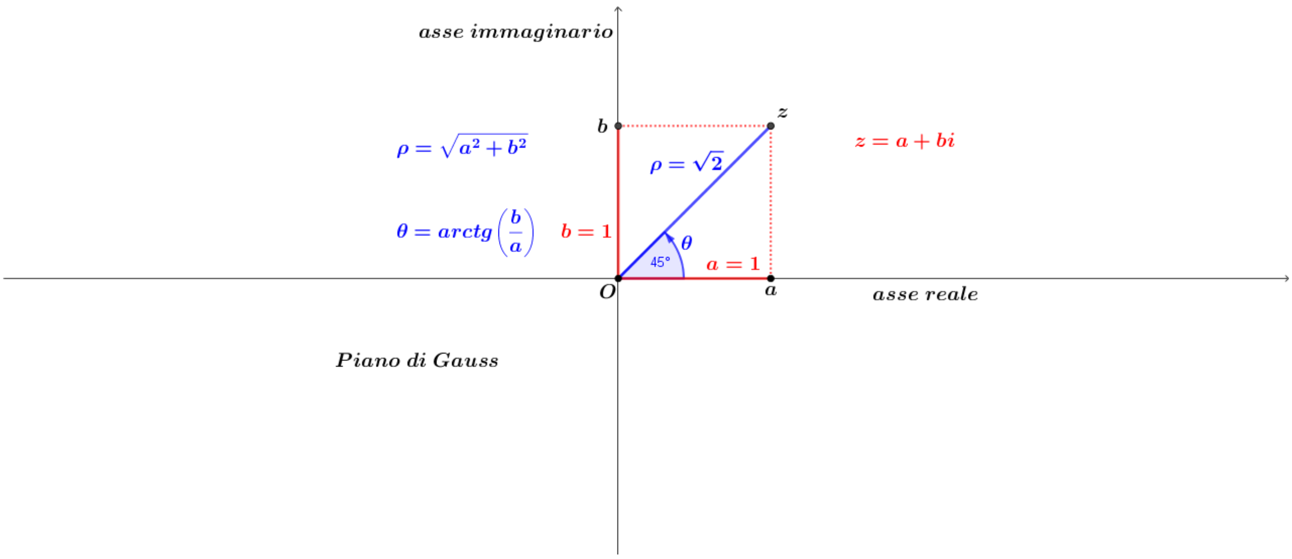
Mentre per calcolare l'ampiezza dell'angolo θ si ha

$$\theta = arc\,tg\left(\frac{1}{1}\right) = arc\,tg\,(1) = 45° \;(argomento\;di\;z)$$

Pertanto, si ottiene

$$z = 1 + i = \sqrt{2}\cos 45° + \sqrt{2}sen\,45°\,i = \sqrt{2}(\cos 45° + i\,sen\,45°)$$

Graficamente si ha



Osservazione

Il numero complesso scritto in forma trigonometrica espresso in radianti è

$$z = 1 + i = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} + \sqrt{2}sen\,\frac{\pi}{4}\,i = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\,sen\,\frac{\pi}{4})$$

ESERCIZIO N°3

Scrivere in forma trigonometrica il numero complesso

$$z = -1 + i$$

Dato il numero complesso nella forma cartesiana, ovvero nella forma $z = a + bi$, bisogna scriverlo nella forma trigonometrica $z = \rho\,(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\,\theta)$

Sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\,\mathrm{sen}\,\theta$$

si ricava che

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \;\; e \;\; \theta = arc\,tg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Quindi essedo $a = -1$ e $b = 1$ si può scrivere

$$\rho = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \;\; (modulo\ di\ z)$$

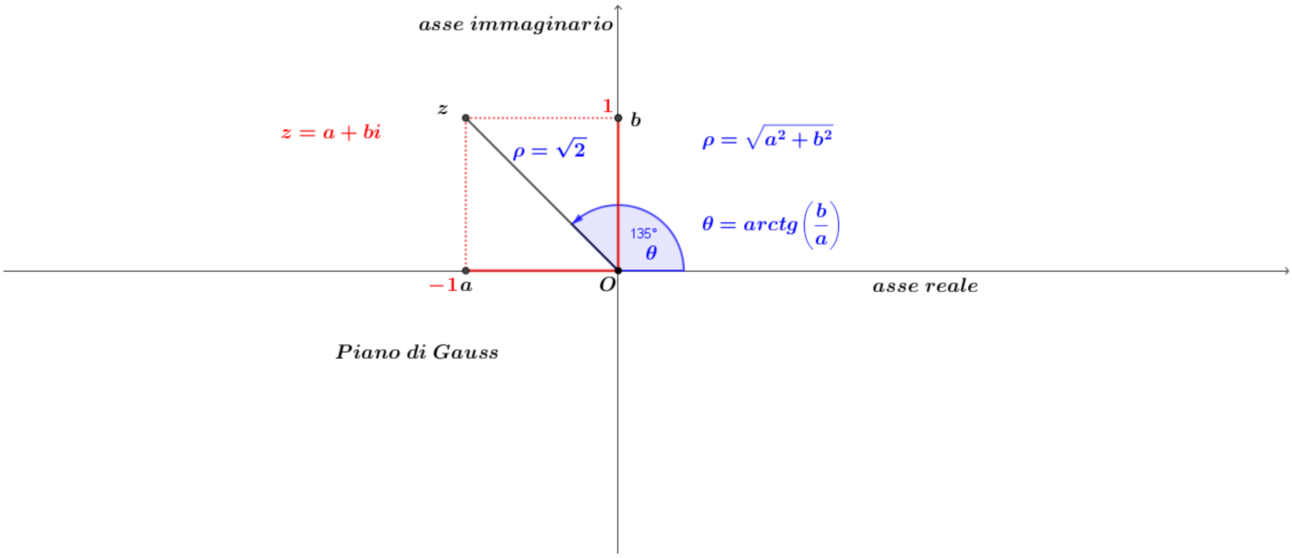
Mentre per calcolare l'ampiezza dell'angolo θ si ha

$$\theta = arc\,tg\left(\frac{1}{-1}\right) = arc\,tg\,(-1) = 135° \;(argomento\ di\ z)$$

Pertanto, si ottiene

$$z = -1 + i = \sqrt{2}\cos 135° + \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,135°\,i = \sqrt{2}(\cos 135° + i\,\mathrm{sen}\,135°)$$

Graficamente si ha



Osservazione

Il numero complesso scritto in forma trigonometrica espresso in radianti è

$$z = -1 + i = \sqrt{2}\cos\frac{3}{4}\pi + \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{3}{4}\pi\,i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi + i\,\mathrm{sen}\,\frac{3}{4}\pi\right)$$

ESERCIZIO N°4

Scrivere in forma trigonometrica il numero complesso

$$z = 3 - \sqrt{3}\, i$$

Dato il numero complesso nella forma cartesiana, ovvero nella forma $z = a + bi$, bisogna scriverlo nella forma trigonometrica $z = \rho\,(\cos\theta + i\,sen\,\theta)$

Sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\,sen\,\theta$$

si ricava che

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \;\; e \;\; \theta = arc\,tg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Quindi essedo $a = 3$ e $b = -\sqrt{3}$ si può scrivere

$$\rho = \sqrt{3^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\;(modulo\;di\;z)$$

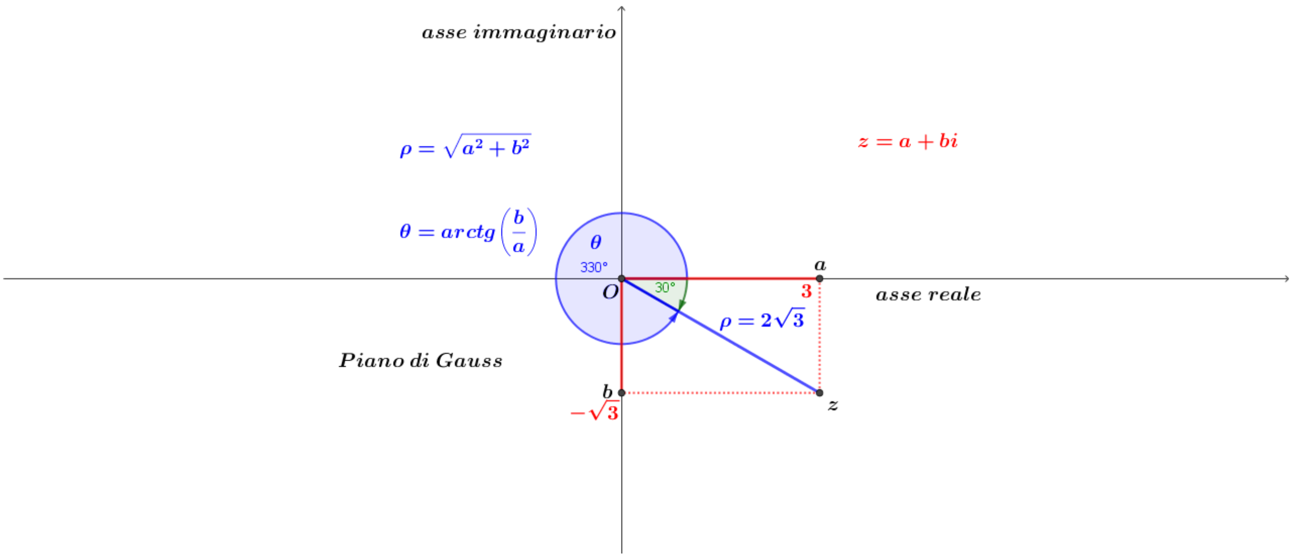
Mentre per calcolare l'ampiezza dell'angolo θ si ha

$$\theta = arc\,tg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 330°\;(argomento\;di\;z)$$

Pertanto, si ottiene

$$z = 3 - \sqrt{3}\,i = 2\sqrt{3}\cos 330° + 2\sqrt{3}\,sen\,330°\,i = 2\sqrt{3}(\cos 330° + i\,sen\,330°)$$

Graficamente si ha



Osservazione

Il numero complesso scritto in forma trigonometrica espresso in radianti è

$$z = 3 - \sqrt{3}\,i = 2\sqrt{3}\cos\frac{11}{6}\pi + 2\sqrt{3}\,sen\,\frac{11}{6}\pi\,i = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{11}{6}\pi + i\,sen\,\frac{11}{6}\pi\right)$$

ESERCIZIO N°5

Scrivere in forma algebrica il numero complesso dato in forma trigonometrica

$$z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\,sen\,\frac{\pi}{4}\right)$$

Dato il numero complesso nella forma trigonometrica, ovvero

$$z = \rho\,(\cos\theta + i\,sen\,\theta)$$

bisogna scriverlo nella forma cartesiana

$$z = a + bi$$

Pertanto, sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\,sen\,\theta$$

e sostituendo i valori noti si ottiene

$$a = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

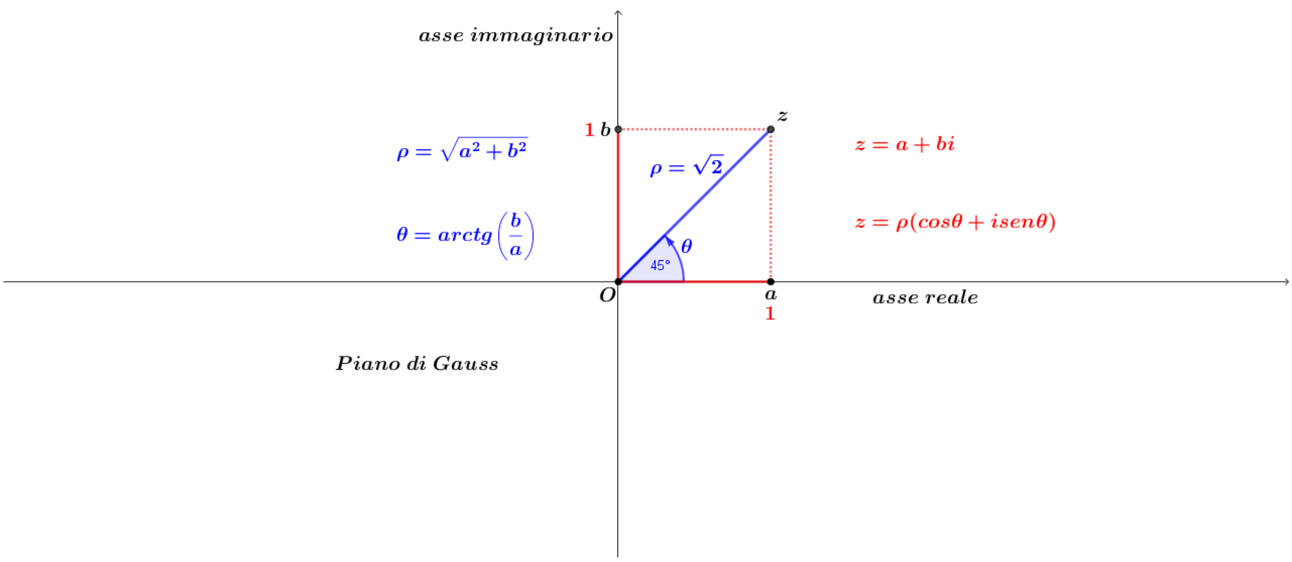
e

$$b = \sqrt{2}\,sen\,\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Pertanto, si ha

$$z = 1 + i$$

Graficamente si ha



ESERCIZIO N°6

Scrivere in forma algebrica il numero complesso dato in forma trigonometrica

$$z = 2\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{3} + i\, sen\,\frac{\pi}{3})$$

Dato il numero complesso nella forma trigonometrica, ovvero

$$z = \rho\,(\cos\theta + i\, sen\,\theta)$$

bisogna scriverlo nella forma cartesiana

$$z = a + bi$$

Pertanto, sapendo che

$$a = \rho\cos\theta \;\; e \;\; b = \rho\, sen\,\theta$$

e sostituendo i valori noti si ottiene

$$a = 2\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

e

$$b = 2\sqrt{3}\, sen\,\frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

Pertanto, si ha

$$z = \sqrt{3} + 3i$$

Graficamente si ha