ROMBO
Problema svolto

Dato il rombo ABCD avente per vertici $A(3;0)$, $B(6;-4)$, $C(9;0)$ e $D(6;4)$, determinare i punti medi dei lati, le misure delle diagonali, il baricentro, il perimetro e l'area della figura.

Il punto medio di un lato del rombo è il punto che divide il lato in due parti congruenti. Indicando con M_{AB} il punto medio del lato AB, per determinare le coordinate del punto si applica la seguente formula:

$$M_{AB}\left(\frac{x_A + x_B}{2};\frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

Quindi, sostituendo i valori delle coordinate, si ottiene:

$$M_{AB}\left(\frac{3+6}{2};\frac{0-4}{2}\right) \text{ cioè } M_{AB}\left(\frac{9}{2};-2\right).$$

Analogamente, si trovano gli altri punti medi, ossia:

$$M_{BC}\left(\frac{15}{2};-2\right),\ M_{CD}\left(\frac{15}{2};2\right) \text{ e } M_{AD}\left(\frac{9}{2};2\right).$$

Il rombo ha due diagonali (***la diagonale è il segmento che congiunge due vertici opposti*****), le quali sono tra loro ortogonali. Per determinare la misura della diagonale AC, osservando che i punti A e C hanno la stessa ordinata, si applica la seguente formula:**

$$\overline{AC} = |x_A - x_C|.$$

Pertanto, si ottiene: $\overline{AC} = |3-9| = |-6| = 6u$.

Per determinare la misura della diagonale BD, osservando che i punti B e D hanno la stessa ascissa, si applica la seguente formula:

$$\overline{BD} = |y_B - y_D|.$$

Pertanto, si ottiene: $\overline{BD} = |-4-4| = |-8| = 8u$.

Il baricentro G del rombo ABCD è il punto d'intersezione delle sue diagonali. Si applica la seguente formula:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4};\frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}\right).$$

Quindi, sostituendo i valori delle coordinate, si ottiene:

$$G\left(\frac{3+6+9+6}{4};\frac{0-4+0+4}{4}\right) \quad \text{cioè} \quad G(6;0).$$

Il rombo è una figura che ha tutti i quattro lati uguali, pertanto, per determinare il perimetro, basta calcolare la misura di un lato e moltiplicarla per quattro. Per trovare la misura, ad esempio, del lato AB, si applica la seguente formula:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}\ .$$

Quindi, sostituendo i valori delle coordinate, si ottiene:

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5u\,.$$

Pertanto, il perimetro del rombo ABCD è:

$$2p(A;B;C;D) = 4 \cdot \overline{AB} = 4 \cdot 5u = 20u\,.$$

L'area del rombo è data dal semiprodotto delle misure delle diagonali, quindi ha senso scrivere:

$$A(A;B;C;D) = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BD}}{2} = \frac{6u \cdot 8u}{2} = 24u^2.$$

Osservazione

Ogni diagonale del rombo divide la figura in due triangoli congruenti, pertanto, un altro metodo per determinare l'area della rombo è quello di calcolare il doppio dell'area di uno dei triangoli. Ad esempio, si può calcolare l'area del triangolo ABC, quindi, è possibile applicare la seguente formula:

$$A(A;B;C) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}.$$

Sostituendo i valori delle coordinate dei vertici del triangolo ABC si ottiene:

$$A(A;B;C)=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & 0 & 1\\ 6 & -4 & 1\\ 9 & 0 & 1\end{vmatrix}.$$

Per calcolare il determinate si può procedere nel seguente modo:

$$\begin{matrix}3 & 0 & 1 & 3 & 0\\ 6 & -4 & 1 & 6 & -4\\ 9 & 0 & 1 & 9 & 0\end{matrix} =$$

$$=3\cdot(-4)\cdot 1+0\cdot 1\cdot 9+1\cdot 6\cdot 0-0\cdot 6\cdot 1-3\cdot 1\cdot 0-1\cdot(-4)\cdot 9=-12+36=24$$

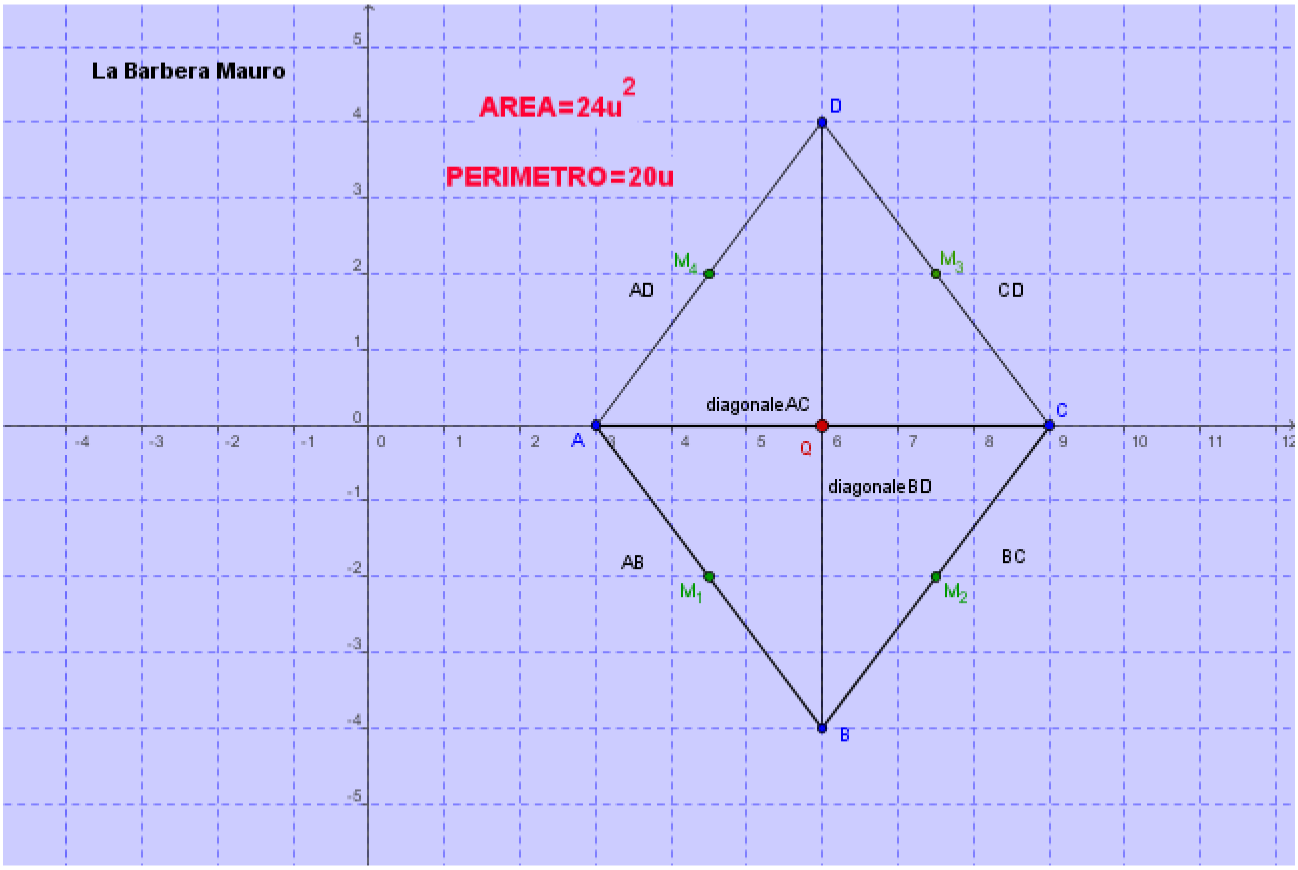
Pertanto, l'area del triangolo ABC è:

$$A(A;B;C)=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}3 & 0 & 1\\ 6 & -4 & 1\\ 9 & 0 & 1\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\cdot 24u^2=12u^2.$$

Mentre l'area della figura è:

$$A(A;B;C;D)=2\cdot A(A;B;C)=2\cdot 12u^2=24u^2.$$

Graficamente:



[Foglio dinamico]

[Torna su]