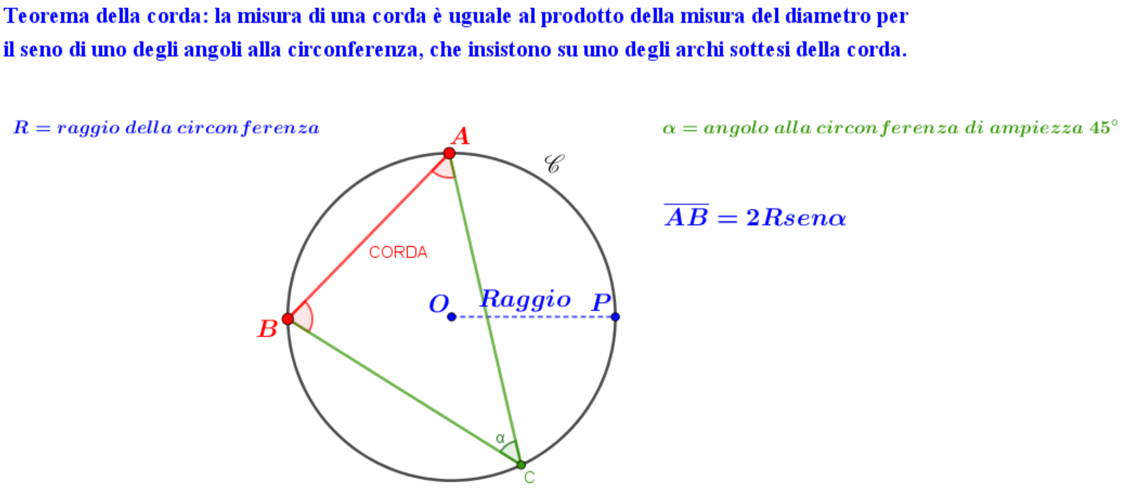
[Home page]

Trigonometria

ESERCIZI SVOLTI APPLICANDO IL TEOREMA DELLA CORDA

ESERCIZIO N°1

Calcolare la lunghezza della corda AB di una circonfernza di raggio R sottesa da un angolo α di ampiezza 45°.



Applicando il teorema della corda si ha

$$\overline{AB} = 2R\ sen\ 45°$$

Poiché

$$sen\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ha senso scrivere

$$\overline{AB} = 2R\ sen\ 45° = 2R \times \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

N.B.

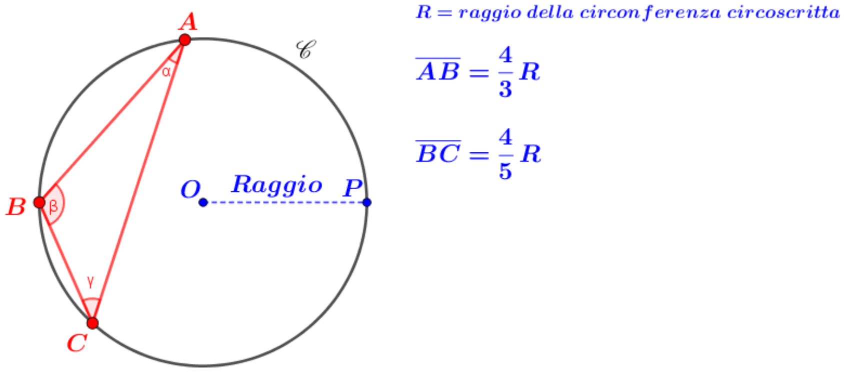
Se il raggio misura, ad esempio 6 cm, si ottiene

$$\overline{AB} = 6\sqrt{2}\ cm\ .$$

ESERCIZIO N°2

Dato il triangolo ABC , inscritto in una circonferenza di centro O e raggio R, determinare la misura del lato AC, sapendo che i lati AB e BC misurano rispettivamente $\frac{4}{3}R$ e $\frac{4}{5}R$.

Teorema della corda: la misura di una corda è uguale al prodotto della misura del diametro per il seno di uno degli angoli alla circonferenza, che insistono su uno degli archi sottesi della corda.



Applicando *il teorema della corda* si ha

$$\overline{AB} = 2R\ sen\ \gamma \rightarrow \frac{4}{3}R = 2R\ sen\ \gamma \rightarrow sen\ \gamma = \frac{2}{3}$$

e

$$\overline{BC} = 2R\ sen\ \alpha \rightarrow \frac{4}{5}R = 2R\ sen\ \alpha \rightarrow sen\ \alpha = \frac{2}{5}$$

Si calcolano i valori delle *cofunzioni*

$$cos\ \gamma = \pm\sqrt{1 - sen^2\ \gamma}\ \text{ e }\ cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2 \alpha}$$

Escudendo le soluzioni negative si ottiene

$$cos\ \gamma = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9-4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

e

$$cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{25-4}{25}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Sapendo che

$$\alpha + \beta + \gamma = 180° \rightarrow \beta = 180° - (\alpha + \gamma)$$

Applicando la regola degli *angoli associati*

$$sen\ \beta = sen[180° - (\alpha + \gamma)] = sen\ (\alpha + \gamma)$$

Applivando la formula dell'*addizione*

$$sen\ (\alpha + \gamma) = sen\ \alpha\ cos\ \gamma + cos\ \alpha\ sen\ \gamma$$

Ossia sostituendo i valori noti si ha

$$sen\ (\alpha + \gamma) = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{21}}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{21})}{15} = sen\ \beta$$

Pertanto, applicando il teorema della corda al lato AC si ottiene

$$\overline{AC} = 2R\ sen\ \beta = 2R \times \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{21})}{15} = \frac{4(\sqrt{5} + \sqrt{21})}{15} R$$