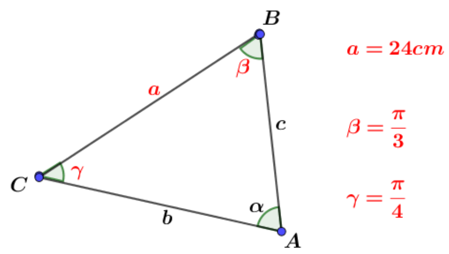
[Trigonometria]

ESERCIZIO SVOLTO APPLICANDO IL TEOREMA DEI SENI

Esercizio

Calcolare il perimetro del triangolo ABC sapendo che il lato a misura 24 cm, l'ampiezza dell'angolo β è π/3 e l'ampiezza dell'angolo γ è π/4.



Sapendo che

$$\boldsymbol{\beta = \frac{\pi}{3} \rightarrow \beta^\circ = 60^\circ \; e \; \gamma = \frac{\pi}{4} \rightarrow \gamma^\circ = 45^\circ}$$

e che la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale ad un angolo piatto si ha

$$\boldsymbol{\alpha^\circ = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ}$$

Ricordando che

$$\boldsymbol{sen60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad sen45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad e \quad sen75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$$

Si applica il teorema dei seni

$$\boldsymbol{\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma}}$$

Pertanto, ha senso scrivere

$$\boldsymbol{b = \frac{asen\beta}{sen\alpha} = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}}$$

Ossia

$$b = \frac{48\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} = \frac{48\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4} = 12\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

Si può anche scrivere

$$b = 12\sqrt{3}(\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 12\sqrt{3}\times\sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = 12\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)\ cm$$

Analogamente si trova la misura del lato c, infatti

$$c = \frac{a sen\gamma}{sen\alpha} = 24\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$$

Ossia

$$c = \frac{48\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} = \frac{48\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4} = 12\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

Si può anche scrivere

$$c = 12\sqrt{2}(\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 12\sqrt{2}\times\sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = 12\times 2(\sqrt{3}-1) = 24(\sqrt{3}-1)\ cm$$

Pertanto, il perimetro misura

$$2p = a+b+c = 24+12\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)+24(\sqrt{3}-1)$$

Ossia

$$2p = 12[2+\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)+2(\sqrt{3}-1)]$$

Cioè

$$2p = 12[2+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{6}+2)]\ cm$$

N.B.

$$b = 12\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)\ cm = 21,46\ cm\ (approssimato)$$

$$c = 24(\sqrt{3}-1)\ cm = 17,52\ cm(approssimato)$$

$$2p = a+b+c = (24+21,46+17,52)\ cm = 62,98\ cm\ (approssimato)$$