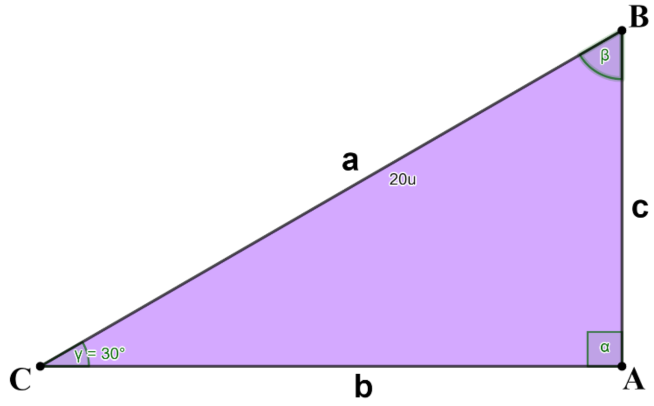
1 **Calcolare il cateto minore sapendo che l'ipotenusa vale $20u$ e l'angolo opposto è uguale $30°$.**

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

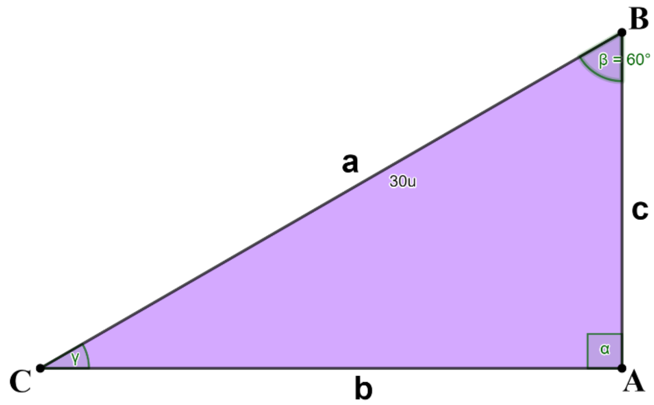
$$c = a\ sen\ \gamma$$

Ossia

$$c = 20\ sen\ 30° = 20 \times \frac{1}{2} = 10u$$

2 **Calcolare il cateto maggiore sapendo che l'ipotenusa vale $30u$ e l'angolo opposto è uguale $60°$.**

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

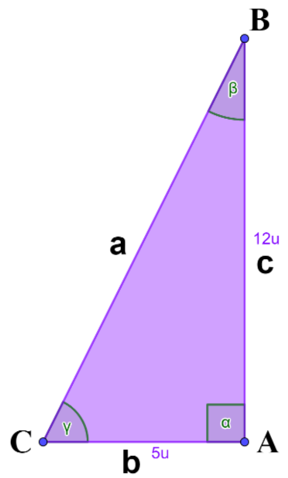
$$b = a\ sen\ \beta$$

Ossia

$$b = 30\ sen\ 60° = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}u$$

3 Sapendo che i cateti b e c misurano rispettivamente $5u$ e $12u$ determinare la misura dell'ipotenusa a e l'ampiezza degli angoli β e γ.

SVOLGIMENTO



Applicando il teorema di Pitagora si ha

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13u$$

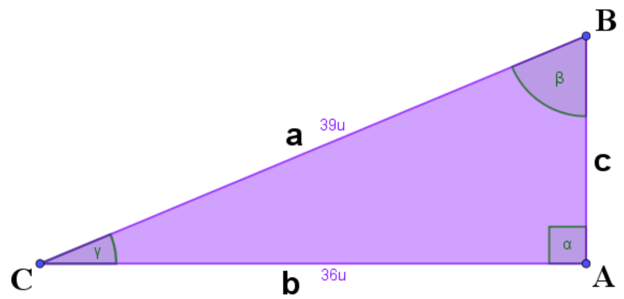
Applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

$$b = c\ tg\ \beta \rightarrow tg\ \beta = \frac{b}{c} \rightarrow tg\ \beta = \frac{5}{12} \rightarrow \beta = arctg\ \frac{5}{12} \sim 22,62°$$

Inoltre, si deduce che $\gamma = 90° - \beta = 90° - 22,62° = 67,38°$

4 Sapendo che l'ipotenusa a e il cateto b misurano rispettivamente $39u$ e $36u$ determinare la misura del cateto c e l'ampiezza degli angoli β e γ.

SVOLGIMENTO



Applicando il teorema di Pitagora si ha

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{1521 - 1296} = \sqrt{225} = 15u$$

Applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

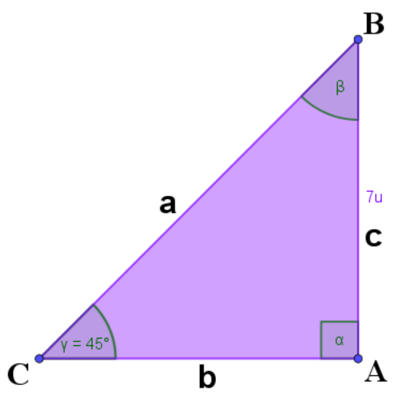
$$b = c\, tg\, \beta \rightarrow tg\, \beta = \frac{b}{c} \rightarrow tg\, \beta = \frac{36}{15} = \frac{12}{5} \rightarrow \beta = arctg\, \frac{12}{5} = arctg\, 2{,}4 \sim 67{,}38°$$

Inoltre, si deduce che

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 67{,}38° = 22{,}62°$$

5 Determinare la misura dell'ipotenusa a , la misura del cateto b e l'angolo acuto β sapendo che il cateto $c = 7u$ e $\gamma = 45°$.

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

$$c = a\, sen\, \gamma \rightarrow a = \frac{c}{sen\, \gamma}$$

Ossia

$$a = \frac{7}{sen\, 45°} = 7 : \frac{\sqrt{2}}{2} = 7 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}u$$

Inoltre, essendo un triangolo rettangolo isoscele si ha

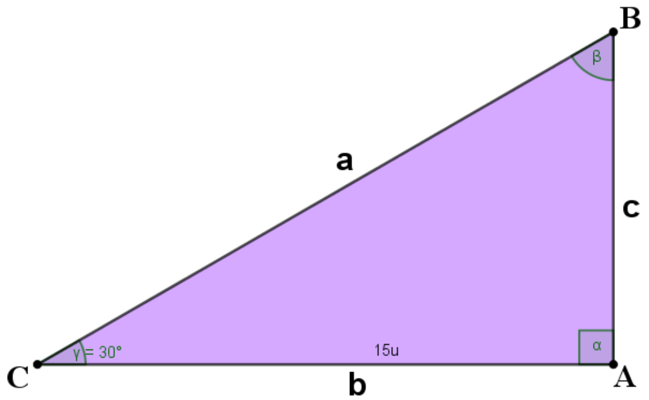
$$b = c = 7u$$

e

$$\beta = 90° - \gamma = 90° - 45° = 45°$$

6 Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che il cateto b misura 15u e l'angolo $\gamma = 30°$ determinare i rimanenti elementi della figura.

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene

$$c = b\, tg\, \gamma$$

Ossia

$$c = 15\, tg\, 30° = 15 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}u$$

Inoltre, applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ha

$$b = a \cos \gamma \rightarrow a = \frac{b}{\cos \gamma}$$

Ossia

$$a = \frac{15}{\cos 30°} = 15 : \frac{\sqrt{3}}{2} = 15 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 15 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}u$$

Oppure, applicando il teorema di Pitagora si ottiene

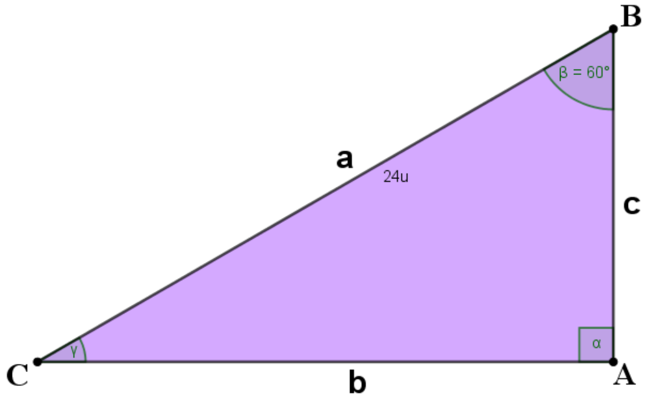
$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{(15)^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{225 + 75} = \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3}u$$

Inoltre, si deduce che

$$\beta = 90° - \gamma = 90° - 30° = 60°$$

7 **Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che l'ipotenusa a misura 24u e l'angolo $\beta = 60°$ determinare i rimanenti elementi della figura.**

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

$$b = a\ sen\ \beta$$

Ossia

$$b = 24\ sen\ 60° = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}u$$

Inoltre, applicando nuovamente il primo teorema sui triangoli rettangoli si ha

$$c = a\ cos\ \beta$$

Ossia

$$c = 24\ cos\ 60° = 24 \times \frac{1}{2} = 12u$$

Oppure, applicando il teorema di Pitagora si ottiene

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{24^2 - \left(12\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{676 - 432} = \sqrt{144} = 12u$$

Oppure, applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

$$c = b\ ctg\ \beta$$

Ossia

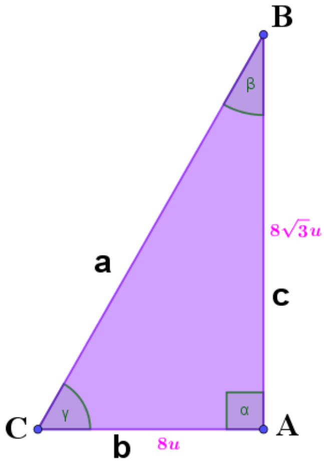
$$c = 12\sqrt{3}\ ctg\ 60° = 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 12u$$

Inoltre, si deduce che

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 60° = 30°$$

8 **Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che i cateti b e c misurano rispettivamente 8u e $8\sqrt{3}u$ determinare i rimanenti elementi della figura.**

SVOLGIMENTO



Applicando il teorema di Pitagora si ha

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{64 + 192} = \sqrt{256} = 16u$$

Applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

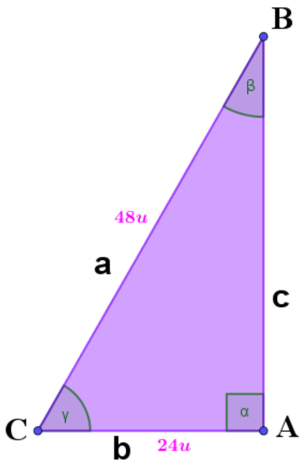
$$b = c\ tg\ \beta \rightarrow tg\ \beta = \frac{b}{c} \rightarrow tg\ \beta = \frac{8}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \beta = arctg\ \frac{\sqrt{3}}{3} = 30°$$

Inoltre, si deduce che

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 30° = 60°$$

9 Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che l'ipotenusa a misura 48u e il cateto b misura 24u determinare i rimanenti elementi della figura.

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

$$b = a\ sen\ \beta \rightarrow sen\ \beta = \frac{b}{a}$$

Ossia

$$sen\ \beta = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \rightarrow \beta = arcsen\ \frac{1}{2} = 30°$$

Inoltre, si deduce che

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 30° = 60°$$

Infine, applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

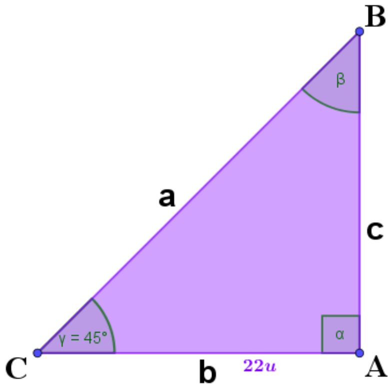
$$c = b\ tg\ \gamma$$

Ossia

$$c = 24\ tg\ 60° = 24\sqrt{3}u$$

10 **Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che il cateto b misura 22u e l'angolo $\gamma = 45°$ determinare i rimanenti elementi della figura.**

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene

$$c = b\ tg\ \gamma$$

Ossia

$$c = 22\ tg\ 45° = 22 \times 1 = 22u$$

Inoltre, essendo un triangolo rettangolo isoscele si ha

$$\beta = 90° - \gamma = 90° - 45° = 45°$$

e applicando il teorema di Pitagora si può scrivere

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{22^2 + 22^2} = \sqrt{2 \times 22^2} = 22\sqrt{2}u$$

Oppure applicando la formula inversa del primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene

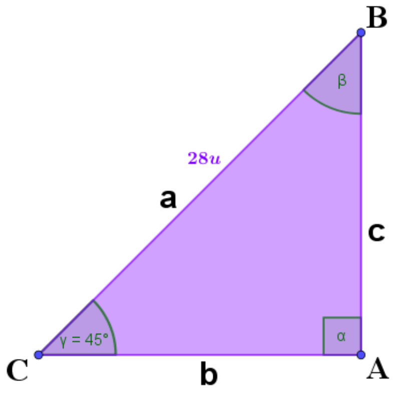
$$c = a\ sen\ \gamma \rightarrow a = \frac{c}{sen\ \gamma}$$

Ossia

$$a = \frac{22}{sen\ 45°} = 22 : \frac{\sqrt{2}}{2} = 22 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 22\sqrt{2}u$$

11 **Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che l'ipotenusa a misura 28u e l'angolo $\gamma = 45°$ determinare i rimanenti elementi della figura.**

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene

$$c = a\ sen\ \gamma$$

Ossia

$$c = 28\ sen\ 45° = 28 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}u$$

Inoltre, essendo un triangolo rettangolo isoscele si deduce che

$$\beta = 90° - \gamma = 90° - 45° = 45°$$

e

$$b = 14\sqrt{2}\ u$$

Infatti, applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene

$$b = c\ tg\ \beta$$

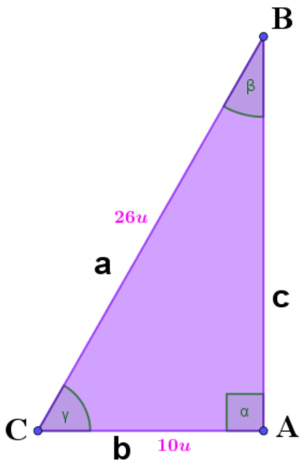
$$b = 14\sqrt{2}\ tg\ 45° = 14\sqrt{2} \times 1 = 14\sqrt{2}u$$

Oppure applicando il teorema di Pitagora si può scrivere

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{28^2 - \left(14\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{784 - 392} = \sqrt{392} = 14\sqrt{2}u$$

12 Dato il triangolo ABC, retto in A, e sapendo che l'ipotenusa a misura 26u e il cateto b misura 10u determinare i rimanenti elementi della figura.

SVOLGIMENTO



Osservando la figura e applicando il primo teorema sui triangoli rettangoli si ottiene:

$$b = a\ sen\ \beta \rightarrow sen\ \beta = \frac{b}{a}$$

Ossia

$$sen\ \beta = \frac{10}{26} = \frac{5}{13} \rightarrow \beta = arcsen\ \frac{5}{13} \sim 22,62°$$

Inoltre, si deduce che

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 22,62° \sim 67,38°$$

Infine, applicando il secondo teorema sui triangoli rettangoli si ha

$$c = b\ tg\ \gamma$$

Ossia

$$c = 10\ tg\ 67,38° = 10 \times 2,4 = 24u$$

Oppure applicando il teorema di Pitagora si può scrivere

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24u$$