

Analisi

Classe quarta Classe quinta

Prof. Mauro La Barbera

Dominio di una funzione

Teoria

Il dominio o campo di esistenza di una funzione è l'insieme di tutti i valori reali che si possono attribuire alla variabile x per determinare i valori corrispondenti della y , ossia le rispettive immagini $f(x)$.

Se la funzione è algebrica razionale intera il campo di esistenza è tutto l'asse reale, pertanto il dominio è l'intervallo che va da meno infinito a più infinito estremi esclusi, cioè $-\infty < x < +\infty$.

Se la funzione è algebrica razionale fratta il campo di esistenza è tutto l'asse reale tranne i valori reali che annullano il denominatore della frazione.

Se la funzione è algebrica irrazionale allora si distinguono due casi: se la radice è di indice pari (ad esempio la radice quadrata) il dominio della funzione è dato dai valori della x che rendono il radicando positivo o uguale a zero, mentre se la radice è di indice dispari (ad esempio la radice cubica) il dominio della funzione è tutto l'asse reale.

Se la funzione è trascendente esponenziale della forma $y = a^x$ con la base $a > 0$ il dominio è tutto l'asse reale, mentre se è della forma complessa $y = A(x)^{E(x)}$ allora la base $A(x)$ deve essere necessariamente positiva, inoltre se $A(x)$ e $B(x)$ sono forme polinomiali allora per esse valgono le stesse limitazioni suddette per le funzioni algebriche.

Se la funzione è trascendente logaritmica della forma $y = \log_a x$, con $a > 0$ e $a \neq 1$, allora il dominio è definito per tutti i valori reali positivi della x (argomento del logaritmo), mentre se è della forma complessa $y = \log_a P(x)$, con $a > 0$ e $a \neq 1$, e $P(x)$ è una forma polinomiale allora per essa valgono le stesse limitazioni suddette per le funzioni algebriche.

Se la funzione è trascendente trigonometrica (o goniometrica) della forma $y = \sin x$ o $y = \cos x$ il dominio è tutto l'asse reale (si ricorda che entrambe sono funzioni periodiche di periodo 2π).

Se la funzione è trascendente trigonometrica della forma $y = \tan x$, essendo periodica di periodo π , allora il dominio è dato da tutti i valori della x con $x \neq \pi/2 + k\pi$ (con k numero intero), mentre se la funzione è trascendente trigonometrica della forma $y = \cot x$, essendo periodica di periodo π , allora il dominio è dato da tutti i valori della variabile x con $x \neq k\pi$.

Se le funzioni trascendenti trigonometriche sono date nelle forme complesse bisogna considerare le diverse restrizioni di esistenza per poter stabilire il dominio.