

RETTA TANGENTE ALLA PARABOLA

Esercizio svolto n°2

Determinare l'equazione della retta t tangente alla parabola γ di equazione $y = x^2 - 8x + 15$ nel punto $T(1; 8)$. Tracciare i grafici.

Primo metodo

Per determinare l'equazione della retta tangente t si può mettere a sistema l'equazione della parabola con l'equazione del fascio proprio di centro $T(1; 8)$ ed imporre la condizione di tangenza cioè $\Delta = 0$:

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 15 \\ y - 8 = m(x - 1) \\ \Delta = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 8x + 15 \\ y = mx - m + 8 \\ \Delta = 0 \end{cases}$$

Applicando il metodo del confronto si ottiene:

$$x^2 - 8x + 15 = mx - m + 8$$

Ordinando si ha:

$$x^2 - (m + 8)x + m + 7 = 0$$

Imponendo la condizione di tangenza cioè $\Delta = 0$ si ottiene:

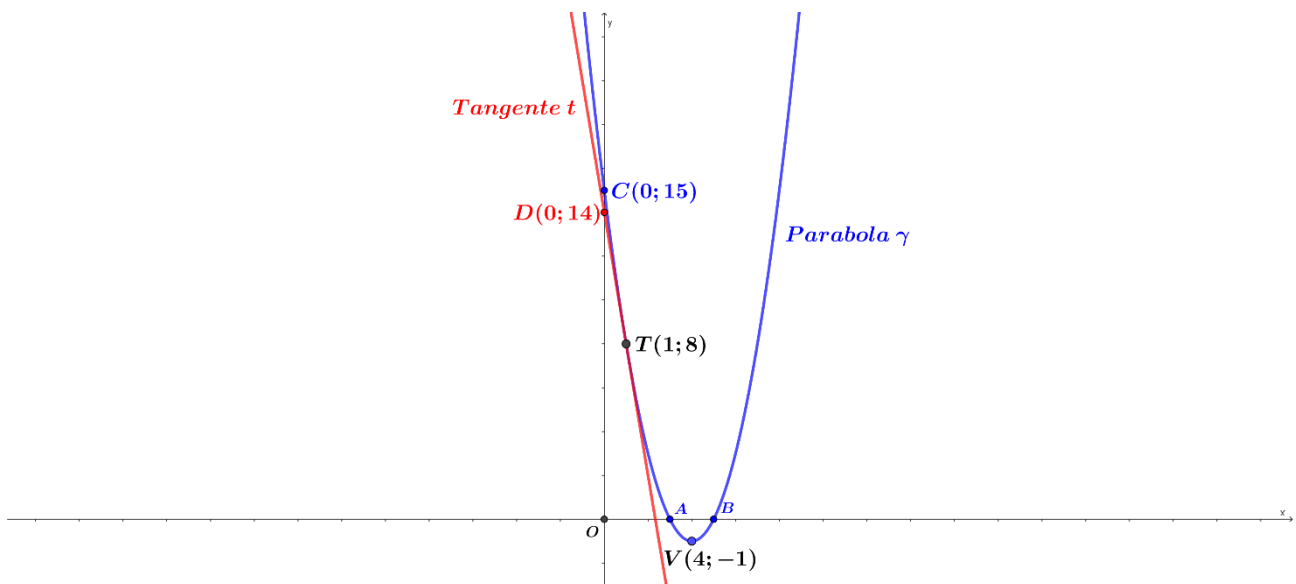
$$\Delta = b^2 - 4ac = [-(m + 8)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 7) = 0$$

Svolgendo i calcoli si ha:

$$m^2 + 12m + 36 = 0$$

Da cui si ricava che $m = -6$ (contata due volte) pertanto, avendo trovato il coefficiente angolare della retta tangente, si sostituisce il valore di m nell'equazione del fascio proprio e si ottiene l'equazione della retta tangente t alla parabola γ nel punto T , cioè $y = -6x + 14$

Graficamente si ha:



Secondo metodo

Per determinare l'equazione della retta tangente t si può applicare la regola dello *sdoppiamento*, cioè si utilizza la seguente equazione:

$$\frac{y + y_0}{2} = axx_0 + b \frac{x + x_0}{2} + c$$

dove x_0 e y_0 sono le coordinate del punto di tangenza T mentre a , b , c sono i coefficienti dell'equazione della parabola.

Pertanto, sapendo che $a = 1$, $b = -8$ e $c = 15$ ed inoltre che $x_0 = 1$ e $y_0 = 8$ si sostituiscono a posto delle lettere i numeri nell'equazione suddetta, cioè:

$$\frac{y + 8}{2} = x - 8 \cdot \frac{x + 1}{2} + 15$$

Osservando che il minimo comune multiplo dei denominatori è 2, moltiplicando tutti i monomi dell'equazione $\times 2$ si ottiene:

$$y + 8 = 2x - 8x - 8 + 30$$

Svolgendo i calcoli ed esplicitando rispetto alla variabile y si ha:

$$y = -6x + 14$$

equazione della retta tangente t alla parabola γ nel punto T .