STUDIO DELLA FUNZIONE PARABOLA

$$\mathbf{y = ax^2 + bx + c \ \ con \ \ a \neq 0}$$

Esempio: $\mathbf{y = x^2 - 4x + 3}$

1) **Classificazione e Dominio**
Funzione algebrica razionale intera di secondo grado, C.E.: $\forall \mathbf{x} \in \Re$ oppure $]-\infty\,;\ +\infty[$.
(Il campo di variabilità è $\forall \mathbf{y} \in \Re$ **con** $\mathbf{-1 \leq y < +\infty}$, ossia $[-1\,;\ +\infty[$, $\mathbf{y = -1}$ è l'ordinata del vertice della curva).

2) **Simmetrie**
Si pone $\mathbf{f(x) = x^2 - 4x + 3}$ e si calcola la funzione nel valore opposto, cioè $\mathbf{f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) + 3}$ ossia: $\mathbf{f(-x) = x^2 + 4x + 3}$, quindi la funzione non è simmetrica perché $\mathbf{f(x) \neq \pm f(-x)}$.

3) **Studio del segno**
Si pone il secondo membro dell'equazione della funzione maggiore o uguale a zero, cioè $\mathbf{x^2 - 4x + 3 \geq 0}$, la disequazione è verificata per $\mathbf{x \leq 1 \wedge x \geq 3}$, pertanto, per $\mathbf{x < 1 \wedge x > 3}$ la funzione è positiva, mentre per $\mathbf{1 < x < 3}$ la funzione è negativa, infine per $\mathbf{x = 1 \wedge x = 3}$ la funzione è nulla.

4) **Intersezioni con gli assi cartesiani**

$\cap_y \begin{cases} \mathbf{y = x^2 - 4x + 3} \\ \mathbf{x = 0} \end{cases}$ ossia interseca l'asse delle y nel punto $\mathbf{A(0;3)}$.

$\cap_x \begin{cases} \mathbf{y = x^2 - 4x + 3} \\ \mathbf{y = 0} \end{cases}$ ossia interseca l'asse delle x nei punti $\mathbf{B(1;0)}$ e $\mathbf{C(3;0)}$.

5) **Andamento della funzione agli estremi del dominio**

$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 - 4x + 3) = +\infty - \infty \ forma\ d'indecisione$$

$$\lim_{x \to +\infty} x^2 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}\right) = +\infty$$

Inoltre

$$\lim_{x \to -\infty} (x^2 - 4x + 3) = (-\infty)^2 - 4(-\infty) + 3 = +\infty + \infty + 3 = +\infty$$

6) **Crescenza e/o decrescenza**
Si calcola la derivata prima della funzione, cioè: $\mathbf{y' = 2x - 4}$, si pone poi la derivata prima maggiore o uguale a zero, cioè: $\mathbf{2x - 4 \geq 0}$, ossia: $\mathbf{x \geq 2}$. Pertanto, la funzione data è crescente per $\mathbf{x > 2}$, mentre è decrescente per $\mathbf{x < 2}$, in $\mathbf{x = 2}$ è costante.

7) **Punti stazionari**
Nell'intorno del valore **2** la derivata prima presenta la seguente combinazione di segni:

–	**0**	+

pertanto **2** è un minimante, essendo $f(2) = 4 - 8 + 3 = -1$ la funzione data ha nel punto $\boldsymbol{D(2;-1)}$ un punto di minimo relativo. In realtà il suddetto punto è un minimo assoluto della curva, infatti è il vertice della parabola.

8) **Concavità e/o convessità**
Si calcola la derivata seconda della funzione, cioè: $\mathbf{y'' = 2}$, poiché la derivata seconda è sempre positiva nel dominio allora la funzione è concava verso l'alto.

9) **Punti non stazionari (punti di flesso a tangente obliqua)**
La funzione non presenta punti di flesso a tangente obliqua poiché la derivata seconda non si annulla.

10) **Grafico**