STUDIO COMPLETO

DI UNA FUNZIONE ALGEBRICA IRRAZIONALE INTERA

Esempio A: $$y = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

1) **Classificazione e C.E.**:

Funzione algebrica irrazionale intera.

Essendo il primo radicale definito per $x \geq -1$, mentre il secondo per $x \geq 0$, la funzione data è definita per $x \geq 0$, ossia C.E.: $\forall x \in \Re$ con $x \geq 0$.

2) **Simmetrie** :

La funzione non è simmetrica.

3) **Studio del segno** :

Si pone: $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} > 0$ cioè $\sqrt{x+1} > \sqrt{x}$, essendo il primo membro sempre maggiore del secondo membro se ne deduce che la funzione è positiva in tutto il campo di esistenza.

4) **Intersezione con gli assi cartesiani** :

La funzione data interseca l'asse delle ordinate nel punto $A(0;1)$.

5) **Asintoti** :

$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x} \right) = +\infty - \infty$, forma d'indecisione. Per risolvere il limite si può scrivere:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x} \right)\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x} \right)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = 0 \ ,$$

quindi la funzione data è asintotica al semiasse positivo delle x.

6) Crescenza o decrescenza :

Calcolando la derivata prima si ha:

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}},$$

osservando che $\frac{1}{\sqrt{x+1}} < \frac{1}{\sqrt{x}}$ si ha che la derivata prima risulta negativa per $x > 0$, pertanto, la funzione data è decrescente in $]0;+\infty[$. Inoltre, non esistono estremanti.

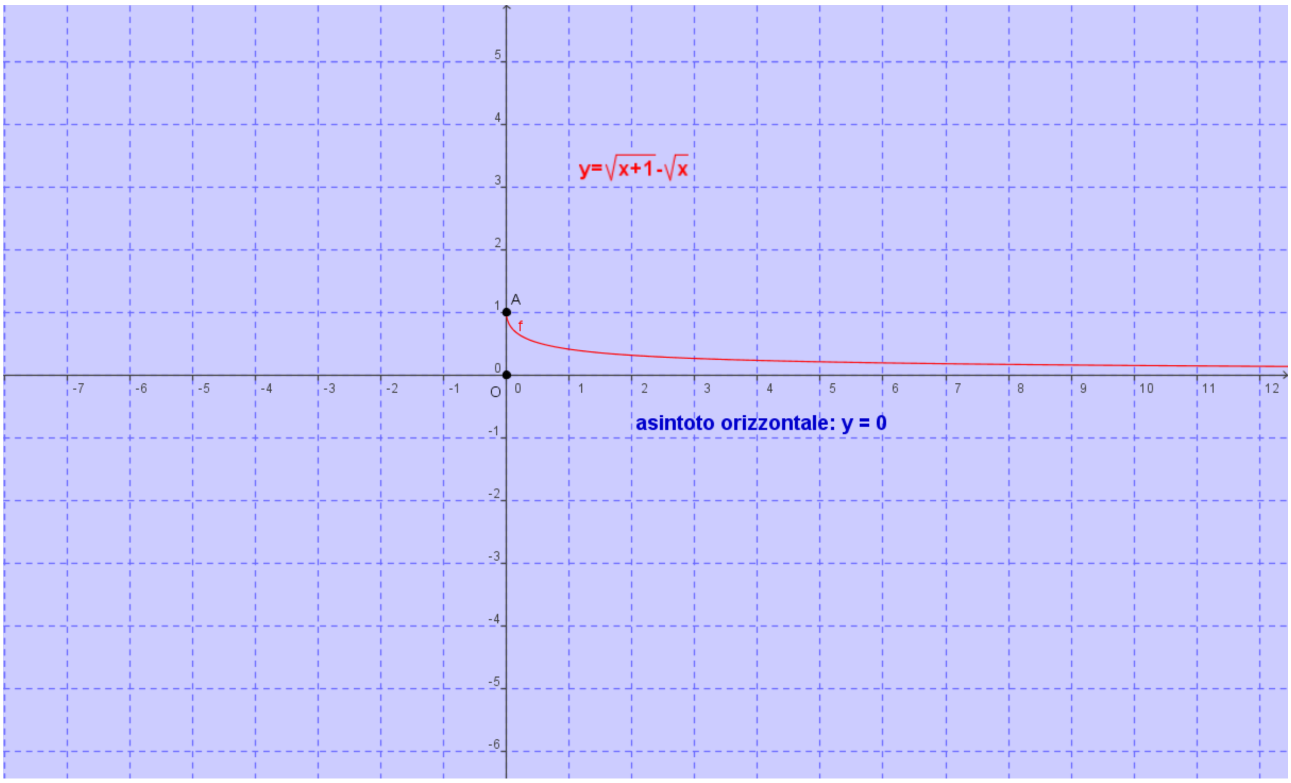
7) Concavità e convessità :

Calcolando la derivata seconda si ha:

$$y'' = -\frac{1}{4\sqrt{(x+1)^3}} + \frac{1}{4\sqrt{x^3}},$$

poiché la derivata seconda risulta positiva per $x > 0$, la funzione data è concava verso l'alto in $]0;+\infty[$. Inoltre, non esistono punti di flesso.

8) Grafico :



Torna su