STUDIO COMPLETO
DI UNA FUNZIONE TRASCENDENTE ESPONENZIALE

Esempio B: $\mathbf{y = e^x}$

1) Classificazione e Dominio

Funzione trascendente esponenziale, il campo di esistenza o dominio è $\forall x \in \mathbb{R}$, cioè $]-\infty\,;+\infty[$.

2) Simmetrie

La funzione non è simmetrica, infatti ponendo $f(x) = e^x$ e andando a sostituire l'opposto di x si ottiene $f(-x) = e^{-x}$, pertanto, $f(x) \neq \pm f(-x)$, quindi non è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate (non è pari) e non è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani (non è dispari).

3) Studio del segno

La funzione data è sempre positiva nel campo di esistenza.

4) Intersezione con gli assi cartesiani

La funzione data interseca l'asse delle ordinate nel punto $A(0\,;1)$.

5) Asintoti

La funzione è asintotica all'asse delle ascisse, infatti $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$, quindi $y=0$ è l'equazione dell'asintoto orizzontale (sinistro). Inoltre essendo $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$, la funzione potrebbe per x che tende a $+\infty$ presentare un asintoto obliquo (destro), quindi ricordando che $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ si ottiene $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = \frac{\infty}{\infty}$ (forma d'indecisione) e applicando la regola di De L'Hospital si può scrivere $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} =^H \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{1} = +\infty$, pertanto, si può affermare che non esiste l'asintoto obliquo.

6) Crescenza o decrescenza

Calcolando la derivata prima si ha $\mathbf{y' = e^x}$. Essendo la derivata prima uguale alla funzione data, se ne deduce che la derivata prima risulta sempre positiva nel dominio, quindi la funzione data è sempre crescente in $]-\infty\,;+\infty[$.

7) Punti stazionari

La funzione non presenta massimi relativi, minimi relativi e flessi a tangente orizzontale poiché la derivata prima non si annulla mai.

8) Concavità e convessità

Calcolando la derivata seconda si ha $\mathbf{y'' = e^x}$ ed essendo uguale alla funzione data, se ne deduce che la derivata seconda risulta sempre positiva nel dominio, quindi la funzione data è sempre concava verso l'alto in $]-\infty\,;+\infty[$.

9) Punti non stazionari

Poiché la derivata seconda non si annulla non ci sono punti d'inflessione a tangente obliqua.

10) Grafico