STUDIO COMPLETO

DI UNA FUNZIONE TRASCENDENTE TRIGONOMETRICA

Esempio C: $\mathbf{y = arctg\ x}$

1) **Classificazione e C.E.**:

Funzione trascendente trigonometrica.

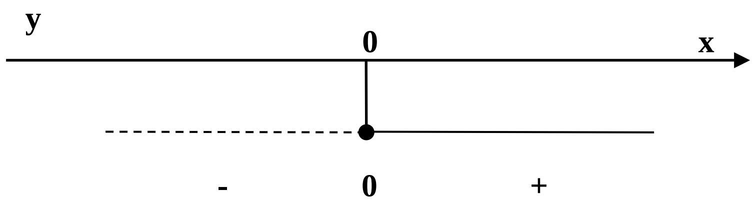
Il C.E. è $\left]-\infty;+\infty\right[$.

2) **Simmetrie** :

La funzione è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani, infatti, ponendo $f(x) = arctg\ x$ si ha che $f(-x) = arctg(-x) = -arctg\ x$, pertanto, si è verificata la condizione che $f(x) = -f(-x)$, ossia la funzione è dispari.

3) **Studio del segno** :

Si pone $arctg\ x \geq 0$, ossia $x \geq 0$, quindi si ha:



La funzione è positiva per $x > 0$, è negativa per $x < 0$, inoltre, è nulla per $x = 0$.

4) **Intersezione con gli assi cartesiani** :

La funzione data passa per l'origine degli assi cartesiani.

5) **Asintoti** :

La funzione ha due asintoti orizzontali, infatti:

$$\lim_{x\to-\infty} \text{arctg } x = -\frac{\pi}{2}\text{ , quindi } y = -\frac{\pi}{2}\text{ ,}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \text{arctg } x = \frac{\pi}{2}\text{ , quindi } y = \frac{\pi}{2}\text{ .}$$

6) **Crescenza o decrescenza** :

Calcolando la derivata prima si ha:

$$y' = \frac{1}{x^2+1}.$$

Essendo la derivata prima sempre maggiore di zero, se ne deduce che la funzione data è sempre crescente in $]-\infty;+\infty[$. La funzione non presenta estremanti.

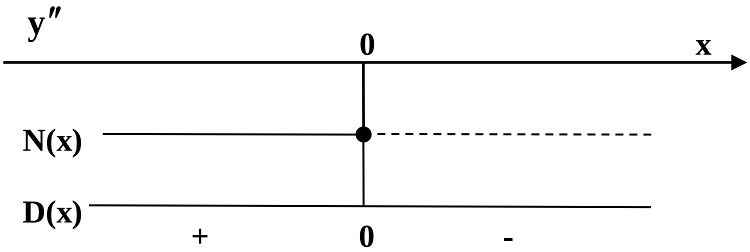
7) **Concavità e convessità** :

Calcolando la derivata seconda si ha:

$$y'' = \frac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

Studiando il segno della derivata seconda si ottiene:

$$\frac{-2x}{(x^2+1)^2} \geq 0 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} N(x): -2x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \\ D(x): (x^2+1)^2 > 0 \rightarrow \forall x \end{array} \right.$$

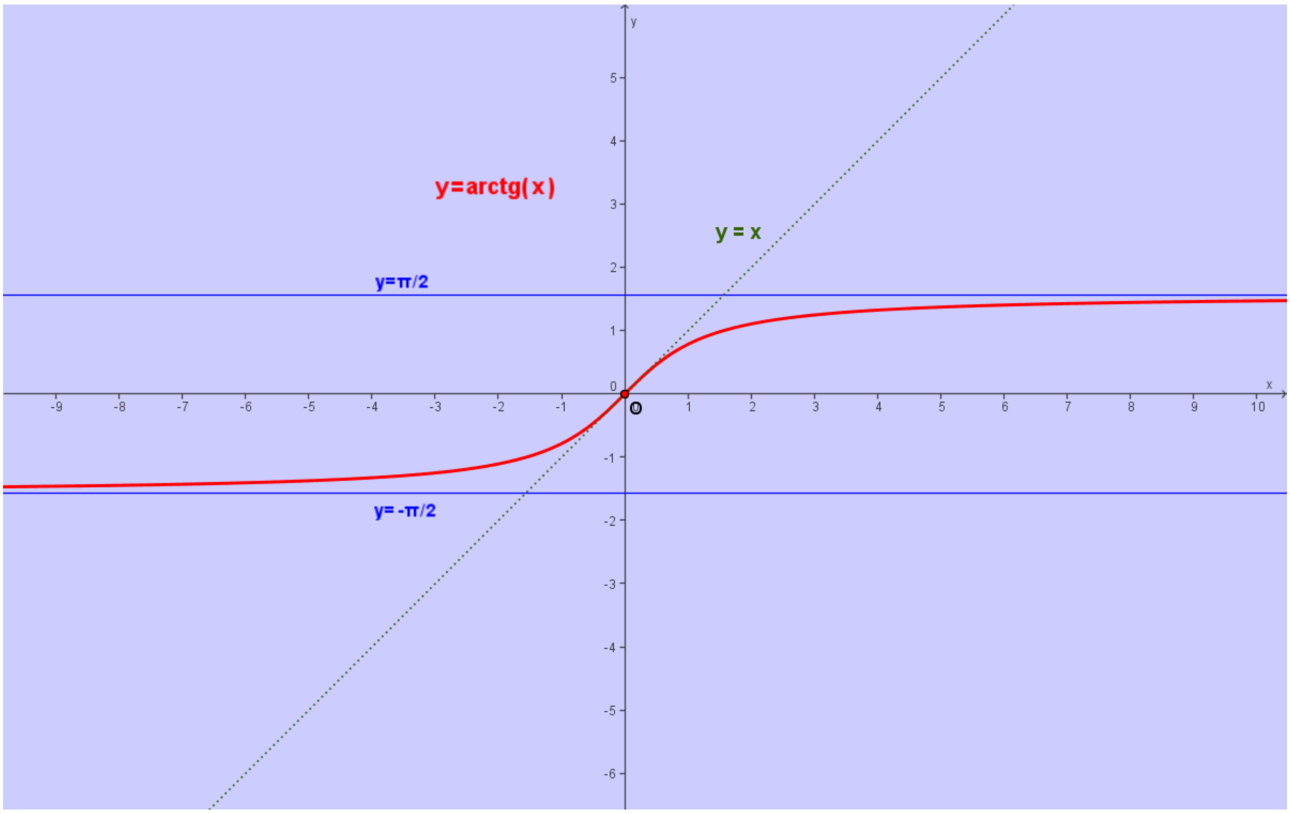


Per $x < 0$ la derivata seconda è positiva quindi la funzione data è concava verso l'alto, mentre per $x > 0$ la derivata seconda è negativa quindi la funzione data è concava verso il basso, infine per $x = 0$ la derivata seconda è nulla.

8) **<u>Flessi a tangente obliqua</u>** :

La funzione data presenta nell'origine degli assi cartesiani un punto di flesso a tangente obliqua. Essendo $\mathbf{f'(0)=1>0}$, il flesso è ascendente e la sua tangente è la bisettrice del primo e del terzo quadrante, ossia $\mathbf{y=x}$.

9) **<u>Grafico</u>** :



Torna su