STUDIO COMPLETO

DI UNA FUNZIONE TRASCENDENTE TRIGONOMETRICA

Esempio E: $\quad y = \cos\ x$

1) **Classificazione e C.E.**:

Funzione trascendente trigonometrica periodica di periodo 2π (angolo giro).

Il C.E. è $]-\infty;+\infty[$.

2) **Simmetrie** :

La funzione è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate, infatti, ponendo $f(x) = \cos\ x$ si ha che $f(-x) = \cos(-x) = \cos\ x$, pertanto, si è verificata la condizione che $f(x) = f(-x)$, ossia la funzione è pari.

OSSERVAZIONI: essendo una funzione periodica di periodo l'angolo giro ci si limita a studiarla nell'intervallo $[0;2\pi]$, il grafico complessivo si otterrà ripetendo periodicamente quello ottenuto in tale intervallo.

3) **Studio del segno in $[0;2\pi]$**:

Si pone $\cos\ x \geq 0$,

pertanto, la funzione è positiva in $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}\pi;2\pi\right[$, è negativa in $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3}{2}\pi\right[$, inoltre, è nulla per $x = \frac{\pi}{2}$ e per $x = \frac{3}{2}\pi$.

4) **<u>Intersezione con gli assi cartesiani</u> in $[0;2\pi]$**:

La funzione interseca l'asse delle ordinate nel punto $A(0;1)$, mentre interseca l'asse delle ascisse nei punti $B\left(\frac{\pi}{2};0\right)$ e $C\left(\frac{3}{2}\pi;0\right)$.

5) **<u>Asintoti</u> in $[0;2\pi]$**:

La funzione non ha asintoti, infatti non ammette asintoti verticali essendo sempre definita, inoltre, essendo periodica non presenta asintoti né orizzontali né obliqui.

6) **<u>Crescenza o decrescenza</u> in $[0;2\pi]$**:

Calcolando la derivata prima si ha:

$y' = -\text{sen } x$.

Studiando il segno della derivata prima si ottiene che la derivata prima è positiva in $]\pi;2\pi[$, quindi ivi la funzione è crescente, mentre la derivata prima è negativa in $]0;\pi[$, pertanto, in tale intervallo la funzione è decrescente, infine, la derivata prima è nulla per $x = 0$, per $x = \pi$ e per $x = 2\pi$.

7) **<u>Massimi, minimi relativi e flessi a tangente orizzontale</u> in $[0;2\pi]$**:

La funzione ha un minimo relativo (anche assoluto) nel punto $D(\pi;-1)$, mentre presenta due massimi relativi (anche assoluti) nei punti $A(0;1)$ e $E(2\pi;1)$.

8) **<u>Concavità e convessità</u> in $[0;2\pi]$:**

Calcolando la derivata seconda si ha:

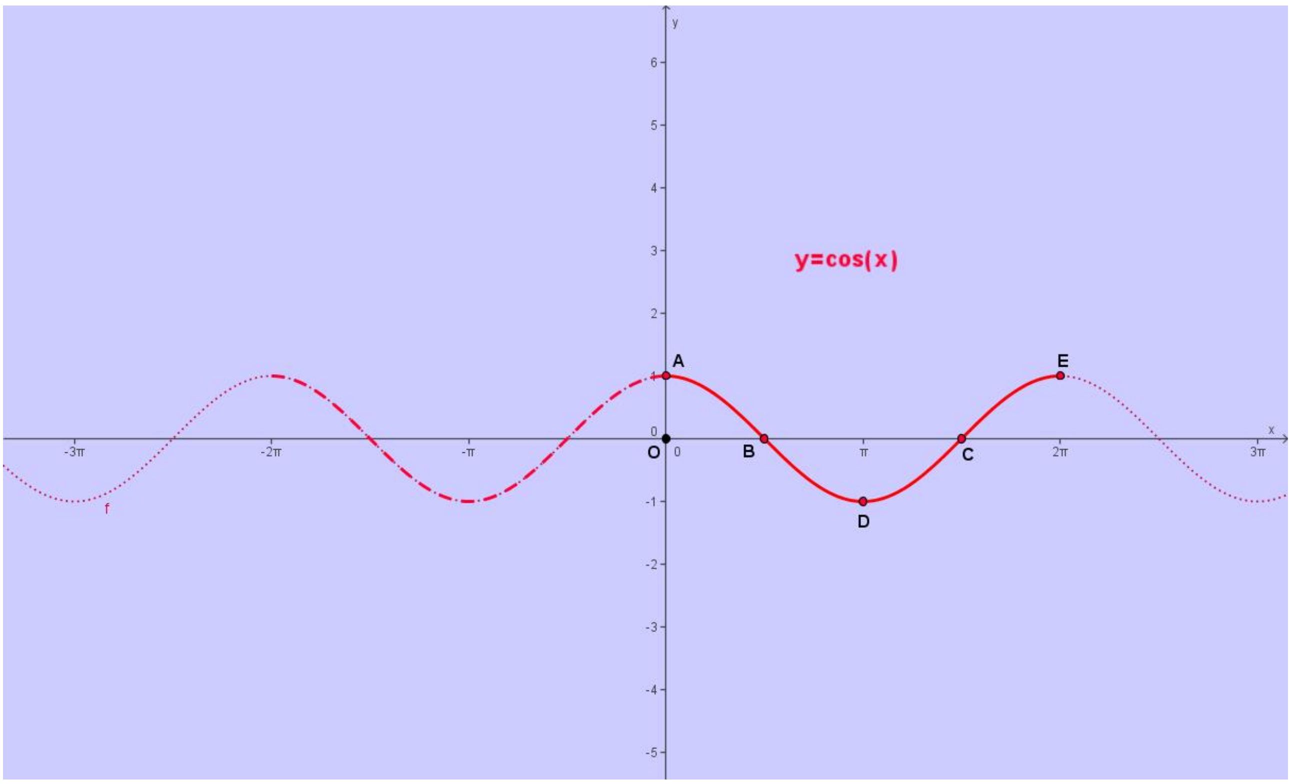
$y'' = -\cos\ x$.

Studiando il segno della derivata seconda si ottiene che la derivata seconda è positiva in $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3}{2}\pi\right[$, quindi ivi la funzione volge la concavità verso l'alto (convessa verso il basso), mentre la derivata seconda è negativa in $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[\cup\left]\frac{3}{2}\pi;2\pi\right[$, pertanto, in tali intervalli la funzione è concava verso il basso (convessa verso l'alto), infine, la derivata seconda è nulla per $\mathbf{x}=\frac{\pi}{2}$ e per $\mathbf{x}=\frac{3}{2}\pi$.

9) **<u>Flessi a tangente obliqua</u> in $[0;2\pi]$:**

La funzione data presenta nei punti d'intersezione con l'asse delle ascisse due punti di flesso a tangente obliqua, e precisamente in $\mathbf{B}\left(\frac{\pi}{2};0\right)$ un flesso discendente, mentre in $\mathbf{C}\left(\frac{3}{2}\pi;0\right)$ un flesso ascendente.

10) **<u>Grafico</u> :**



Torna su